

动态事件触发机制下 多智能体系统的有限时间双向一致性

叶豪¹, 石宇静², 李善强²

(1. 福建理工大学 电子电气与物理学院, 福建 福州 350118;

2. 福建理工大学 计算机科学与数学学院, 福建 福州 350118)

摘要: 针对同时具有合作与竞争关系的非线性多智能体系统, 研究了基于动态事件触发机制的有限时间双向一致性问题。通过引入一个动态变量给出了动态事件触发机制, 其优点是事件触发机制的阈值可以随系统的状态误差进行动态调整, 从而能够有效减少控制器的更新次数, 达到节约资源的目的。利用符号图描述了具有合作和竞争关系的多智能体系统的拓扑结构, 并设计了保证同步误差系统有限时间稳定的双向一致性控制协议, 证明了所提事件触发控制方法不存在 Zeno 行为。最后通过仿真算例验证了所提控制方法的可行性和有效性。

关键词: 双向一致性; 符号图; 动态事件触发机制; 有限时间控制; 多智能体系统

中图分类号: O231.2

文献标志码: A

文章编号: 2097-3853(2026)01-0017-10

Dynamic event-triggered finite-time bipartite consensus of multi-agent systems

YE Hao¹, SHI Yujing², LI Shanqiang²

(1. School of Electronic, Electrical Engineering and Physics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

2. School of Computer Science and Mathematics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

Abstract: The problem of finite-time bipartite consensus based on a dynamic event-triggered mechanism is studied for a nonlinear multi-agent system involving both cooperative and competitive relationships. The dynamic event-triggered mechanism is introduced through a dynamic variable, allowing the threshold of the event-triggered mechanism to be dynamically adjusted based on the system state error, which effectively reduces the frequency of controller updates and thus conserves resources. The topology of the multi-agent system with cooperative and competitive relationships is represented using a signed graph. A bipartite consensus control protocol is designed to ensure the finite-time stability of the synchronous error system, and it is proven that the proposed event-triggered control method does not exhibit Zeno behavior. Finally, simulation examples are provided to demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed control method.

Keywords: bipartite consensus; signed graph; dynamic event-triggered mechanism; finite-time control; multi-agent systems

近年来,多智能体系统在编队控制、蜂拥、集群等领域得到了广泛应用。作为多智能体系统协作控制的关键问题之一,一致性控制受到广泛关注。为解决多智能体系统中通信负载与计算资源消耗的问题,基于事件触发机制的非线性多智能

体系统一致性控制已成为当前研究热点^[1]。该机制能够基于系统状态或特定事件智能调节控制器的更新,实现资源优化^[2]。例如,文献[3]针对有限网络带宽下非线性多智能体系统的分布式控制问题,提出一种新型事件触发无模型自适应控

收稿日期:2025-01-11

基金项目:福建理工大学科研启动基金项目(GY-Z21215,GY-Z21216)

第一作者简介:叶豪(1999—),男,福建莆田人,硕士研究生,研究方向:多智能体系统有限时间一致性控制。

通信作者:石宇静(1978—),女,河北南宫人,副教授,博士,研究方向:复杂网络同步控制及其应用。

制框架,能在保持控制性能的同时延长执行间隔时间。文献[4]则结合模型参考自适应控制和事件触发机制的一致性控制协议,采用对参考智能体设计事件触发策略的方式避免了智能体间的连续通信。尽管文献[1]~[4]设计的事件触发控制方法在降低通信成本方面具有成效,但其触发函数都采用了固定阈值,属于静态事件触发机制。如果设定的阈值过小,易导致控制器频繁更新,产生大量冗余触发行为。相较之下,动态事件触发的阈值能够随系统的误差变化动态调节,从而减少通信成本和控制器更新频率,近年来在多智能体系统一致性控制中得到广泛应用。例如,文献[5]提出动态事件触发设定时间一致性算法,通过引入时变函数预设收敛时间解决传统时间控制的依赖性问题,实现一阶非线性多智能体系统在任意预设时间内的快速同步,同时降低了控制器更新频率。文献[6]针对无领导与领导跟随两种网络架构,设计了一种含动态参数的分布式事件触发控制方法,各动态参数的更新规律取决于测量误差以及触发时邻居状态与自身状态之间的相对误差,避免了对邻居状态的连续测量。文献[7]针对异构非线性多智能体系统的协同输出调节问题,设计了两种分布式事件触发观测器,用于估计外系统矩阵和外系统状态,其所提出的自适应控制器可以有效地补偿外部干扰。文献[8]针对无向拓扑下受未知干扰的非线性多智能体系统,提出基于动态事件触发机制的固定时间一致性控制方法,解决了快速收敛与低通信能耗的一致性控制问题。

尽管上述动态事件触发机制的研究在降低通信成本与控制器更新频率方面取得了一定的成效,但仍存在关键技术瓶颈亟待突破。一方面,现有事件触发控制策略^[1-7]仅能使系统实现渐近一致性,而实际的工程系统对一致性达成时间往往是有限的。另一方面,现有对于非线性多智能体系统的研究大都局限于智能体之间纯合作场景,缺少对竞争合作关系的综合考虑。

综上,本课题针对基于动态事件触发机制研究了有限时间双向一致性控制问题,引入辅助动态变量,提出一种基于动态事件触发机制的多智能体一致性控制策略,以降低控制器的更新频率,从而节约系统通信与计算资源,为复杂多智能体系统的协调控制提供理论支撑。

1 预备知识及问题描述

1.1 代数图论

考虑无向权重符号图 $G=(V,\xi,A)$,其中 $V=\{v_1,v_2,\dots,v_N\}$ 表示节点集, N 为多智能体个数,每个智能体作为一个节点; $\xi\subseteq V\times V$ 表示边的集合; $A=[a_{ij}]\in R^{N\times N}$ 表示邻接矩阵, $a_{ii}=0$,当 $(v_i,v_j)\in\xi$ 智能体 i 与 j 为合作关系时, $a_{ij}=1$, 当为竞争关系时, $a_{ij}=-1$ 。定义矩阵 $L=[l_{ij}]\in R^{N\times N}$,其中 $l_{ii}=\sum_{j=1,j\neq i}^N |a_{ij}|, l_{ij}=-a_{ij}$ 且 $i\neq j$ 。

1.2 相关定义和引理

定义 1^[9] 对于非线性多智能体系统,如果有 $\lim_{t\rightarrow T} \|d_i x_i(t)-d_j x_j(t)\|=0$,则多智能体系统是有限时间双向一致的。

定义 2^[10] 对于符号图 G ,如果存在两个节点集 V_1 和 V_2 满足 $V_1\cup V_2=V$ 和 $V_1\cap V_2=\emptyset$,当 $v_i,v_j\in V_k, k\in(1,2)$ 时 $a_{ij}=1$;当 $v_i\in V_k, v_j\in V_l, k\neq l, k,l\in(1,2)$ 时, $a_{ij}=-1$,则称图 G 是结构平衡的。

引理 1^[10] 如果符号图 G 是结构平衡的,则存在 $D=\text{diag}(d_1,\dots,d_N)$,当 $i\in V_1$ 时 $d_i=1$;当 $i\in V_2$ 时 $d_i=-1$,使 DAD 所有元素非负,且有 $d_i d_j=\text{sgn}(a_{ij})$ 。

引理 2^[11] 对于符号图 G ,其拉普拉斯矩阵 $\tilde{L}=DLD=[\tilde{l}_{ij}]_{N\times N}$ 具有如下特性: \tilde{L} 是半正定矩阵并且具有 $N-1$ 个正特征值,假设 \tilde{L} 的特征值从小到大为 $0<\lambda_2\leq\dots\leq\lambda_N, I=[1,\dots,1]\in R^n$ 是与特征值 0 对应的特征向量,如果 $I^T x=0$,则 $x^T(\tilde{L}\otimes I_n)x\geq\lambda_2 x^T x$ 。对于任意的向量 $x\in R^{Nn}$ 有 $x^T(\tilde{L}\otimes I_n)x=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N |a_{ij}|\|x_i-x_j\|^2$ 。

引理 3^[12] 对于给定标量 $\xi_1,\dots,\xi_N\geq 0$,且 $0<\gamma\leq 1$,则式(1)成立。

$$\left(\sum_{i=1}^N \xi_i\right)^\gamma \leq \sum_{i=1}^N \xi_i^\gamma \leq N^{1-\gamma} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i\right)^\gamma \quad (1)$$

引理 4^[13] 考虑一个系统 $\dot{x}=f(x), f(0)=0, x(0)=x_0$,其中 $x(t)\in R^n$,若存在一个正定连续函数 $V(x(t)):R^n\rightarrow R_0^+$,实数 $M>0$ 和 $\alpha\in(0,1)$ 使 $\dot{V}(x)+M(V(x))^{\frac{\alpha+1}{2}}\leq 0$ 则 $V(x)$ 在有限时间内

趋于0,并且有限时间 T 满足

$$T(\mathbf{x}_0) \leq \frac{(V(\mathbf{x}_0))^{\frac{1-\alpha}{2}}}{M\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \quad (2)$$

1.3 问题描述

考虑以下非线性多智能体系统,第 i 个多智能体的动力学方程描述为

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t), \quad i=1, \dots, N \quad (3)$$

其中, $\mathbf{x}_i(t) \in R^n$ 表示第 i 个智能体的状态, $\mathbf{u}_i(t) \in R^n$ 表示控制输入, $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t) \in R^n$ 是非线性向量函数。

假设1 无向符号图 G 连通且结构平衡。

假设2 存在一个常数 $\rho > 0$ 满足

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_j(t), t)\| \leq \rho \|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)\| \quad (4)$$

假设3 非线性函数 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t)$ 是一个关于 $\mathbf{x}_i(t)$ 的奇函数,即 $\mathbf{f}(-\mathbf{x}_i(t), t) = -\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t)$ 。

为实现非线性多智能体系统式(3)的有限时间双向一致性,设计基于事件触发机制的控制器如式(5)。

$$\mathbf{u}_i(t) = -p\mathbf{y}_i(t_k^i) - q\mathbf{y}_i^\alpha(t_k^i) \quad (5)$$

其中, t_k^i 是第 i 个智能体的触发时刻; p, q 是待设计的控制器增益且 $p > 0, q > 0; \alpha \in (0, 1)$ 且 α 为两个正奇数的比值; $\mathbf{y}_i(t) = \sum_{j=1}^N \|a_{ij}\| [\mathbf{x}_i(t) - \text{sgn}(a_{ij})\mathbf{x}_j(t)]$; $\mathbf{y}_i^\alpha(t) = [\mathbf{y}_{i1}^\alpha(t), \dots, \mathbf{y}_{in}^\alpha(t)]^T$ 。

定义误差为

$$\mathbf{e}_i(t) = p\mathbf{y}_i(t_k^i) + q\mathbf{y}_i^\alpha(t_k^i) - p\mathbf{y}_i(t) - q\mathbf{y}_i^\alpha(t) \quad (6)$$

则控制协议可以改写为

$$\mathbf{u}_i(t) = -[\mathbf{e}_i(t) + p\mathbf{y}_i(t) + q\mathbf{y}_i^\alpha(t)] \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)可得闭环系统如式(8)。

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = -\mathbf{e}_i(t) - p\mathbf{y}_i(t) - q\mathbf{y}_i^\alpha(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t) \quad (8)$$

令 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1^T(t), \dots, \mathbf{x}_N^T(t)]^T, \mathbf{e}(t) = [\mathbf{e}_1^T(t), \dots,$

$\mathbf{e}_N^T(t)]^T, \mathbf{y}(t) = [\mathbf{y}_1^T(t), \dots, \mathbf{y}_N^T(t)]^T, \mathbf{y}^\alpha(t) = [\mathbf{y}_1^{\alpha T}(t), \dots, \mathbf{y}_N^{\alpha T}(t)]^T, \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) = [\mathbf{f}(\mathbf{x}_1^T(t), t), \dots,$

$\mathbf{f}(\mathbf{x}_N^T(t), t)]^T, \tilde{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{y}(t), \tilde{\mathbf{y}}^\alpha(t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) \cdot \mathbf{y}^\alpha(t), \tilde{\mathbf{u}}(t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{u}(t), \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t), t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)。$

将式(8)进一步改写为紧凑形式如式(9)。

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = -\tilde{\mathbf{e}}(t) - p\tilde{\mathbf{y}}(t) - q\tilde{\mathbf{y}}^\alpha(t) + \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t), t) \quad (9)$$

1.4 动态事件触发机制

引入动态变量 $\eta_i(t)$ 满足

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i(t) &= -\beta_i \eta_i^{\alpha+1}(t) + \theta_i (\varepsilon \|\mathbf{y}_i(t)\|^2 - \|\mathbf{e}_i(t)\|^2), \\ \eta_i(0) &> 0 \end{aligned} \quad (10)$$

触发时刻 t_{k+1}^i 满足

$$t_{k+1}^i = \inf \left\{ t > t_k^i \mid \delta_i (\|\mathbf{e}_i(t)\|^2 - \varepsilon \|\mathbf{y}_i(t)\|^2) \geq \eta_i^{\alpha+1}(t) \right\} \quad (11)$$

其中, $0 < \theta_i < 1, \beta_i, \delta_i, \varepsilon$ 为大于0的常数。

由事件触发条件式(10)和式(11),可得

$$\eta_i^{\alpha+1}(t) > \delta_i (\|\mathbf{e}_i(t)\|^2 - \varepsilon \|\mathbf{y}_i(t)\|^2), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (12)$$

将式(12)代入式(10),可得 $\dot{\eta}_i(t) \geq$

$$-\left(\beta_i + \frac{\theta_i}{\delta_i}\right) \eta_i^{\alpha+1}(t)。$$

因此,可得

$$\eta_i(t) \geq \eta_i(t_k^i) e^{-\int_{t_k^i}^t (\beta_i + \frac{\theta_i}{\delta_i}) \eta_i^{\alpha-1}(s) ds} > 0, t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (13)$$

故有

$$\begin{aligned} \eta_i(t) &\geq \eta_i(t_{k-1}^i) \exp^{-\int_{t_{k-1}^i}^t (\beta_i + \frac{\theta_i}{\delta_i}) \eta_i^{\alpha-1}(s) ds} \\ \exp^{-\int_{t_k^i}^t (\beta_i + \frac{\theta_i}{\delta_i}) \eta_i^{\alpha-1}(s) ds} &= \eta_i(t_{k-1}^i) \exp^{-\int_{t_{k-1}^i}^t (\beta_i + \frac{\theta_i}{\delta_i}) \eta_i^{\alpha-1}(s) ds} \geq \dots \geq \\ &\eta_i(0) \exp^{-\int_0^t (\beta_i + \frac{\theta_i}{\delta_i}) \eta_i^{\alpha-1}(s) ds} > 0 \end{aligned} \quad (14)$$

由 $\eta_i(0) > 0$, 可得 $\eta_i(t) > 0$ 。

2 主要结果

定理1 若非线性多智能体系统(3)满足假设1~假设3,且式(15)成立。

$$\begin{cases} \beta_i > \frac{1-\theta_i}{\delta_i} \\ \varepsilon - p + \frac{1}{4} + \frac{\rho}{\lambda_2} \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

则非线性多智能体系统(3)在控制协议(7)的作用下,可以达成有限时间双向一致性,并且所提出的动态事件触发控制协议对所有智能体不存在Zeno行为。

证明: 选取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T(t) (\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{x}}(t) + \sum_{i=1}^N \eta_i(t) \quad (16)$$

$$\text{令 } V_1(t) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T(t) (\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{x}}(t) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t)\|^2 \text{ 且 } V_2(t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t).$$

由 $\tilde{\mathbf{L}}$ 的定义, 可知

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_n) (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_n) (\mathbf{D}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{x}}(t) = (\tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (17)$$

由式(9)和(17)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \hat{\mathbf{y}}^T(t) \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = - \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{y}}_i^T(t) [\tilde{\mathbf{e}}_i(t) + p \hat{\mathbf{y}}_i(t) + q \hat{\mathbf{y}}_i^\alpha(t) - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_i(t), t)] \leq \\ &\sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\| \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\| - p \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 - q \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^{\alpha+1} + \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{y}}_i^T(t) \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_i(t), t) \leq \\ &\sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\| \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\| - q \left(\sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} - p \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 + \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t))^T (\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_i(t), t) - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_j(t), t)) \end{aligned} \quad (18)$$

根据引理 2 可得

$$\sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 = \tilde{\mathbf{x}}^T(t) (\tilde{\mathbf{L}}^2 \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{x}}(t) \geq 2\lambda_2 V_1(t) \quad (19)$$

由式(19)和假设 2 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\| \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\| - q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - p \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 + \frac{1}{2} \rho \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t)\|^2 = \\ &\sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\| \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\| - q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - p \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 + 2\rho V_1(t) \end{aligned} \quad (20)$$

根据 young 不等式, 可以得到

$$\sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\| \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\| \leq \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\|^2 \quad (21)$$

结合式(20)和式(21)可得

$$\dot{V}_1(t) \leq \left(\frac{1}{4} - p \right) \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\|^2 - q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) + 2\rho V_1(t) \quad (22)$$

由式(10)可得

$$\dot{V}_2(t) = - \sum_{i=1}^N \beta_i \eta_i^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) + \sum_{i=1}^N \theta_i (\varepsilon \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 - \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\|^2) \quad (23)$$

结合式(22)和式(23)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \left(\varepsilon - p + \frac{1}{4} \right) \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 - q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) + 2\rho V_1(t) - \sum_{i=1}^N \beta_i \eta_i^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - \\ &\sum_{i=1}^N (1 - \theta_i) (\varepsilon \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 - \|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\|^2) \end{aligned} \quad (24)$$

又由 $2\rho V_1(t) = \rho \tilde{\mathbf{x}}^T(t) (\tilde{\mathbf{L}} \tilde{\mathbf{L}}^{-1} \tilde{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{x}}(t) \leq \frac{\rho}{\lambda_2} \hat{\mathbf{y}}^T(t) \hat{\mathbf{y}}(t)$, 且由式(12), 则式(24)可改写为

$$\dot{V}(t) \leq \left(\varepsilon - p + \frac{1}{4} + \frac{\rho}{\lambda_2} \right) \sum_{i=1}^N \|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\|^2 - q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - \sum_{i=1}^N \left(\beta_i - \frac{1 - \theta_i}{\delta_i} \right) \eta_i^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) \quad (25)$$

根据引理 3, 可得

$$\left(\sum_{i=1}^N \eta_i(t) \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \leq \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) \quad (26)$$

结合定理条件(15)和式(26)可得

$$V(t) \leq -q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - \min_i \left\{ \beta_i - \frac{1-\theta_i}{\delta_i} \right\} V_2^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) \quad (27)$$

又由引理 3, 可得

$$\dot{V}(t) \leq -M \left(V_1^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) + V_2^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) \right) \leq -MV^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) \quad (28)$$

其中, $M = \min \left\{ q(2\lambda_2)^{\frac{\alpha+1}{2}}, \beta_i - \frac{1-\theta_i}{\delta_i} \right\}, i = 1, \dots, N$.

根据引理 4, 可得 $V(t)$ 在有限时间 T 趋于零, 并且有限时间 T 满足

$$T \leq \frac{(V(\mathbf{x}(0)))^{\frac{1-\alpha}{2}}}{M \left(\frac{1-\alpha}{2} \right)} \quad (29)$$

即 $\lim_{t \rightarrow T} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t)\| = 0$, 根据定义 1, 多智能体在有限时间 T 内实现双向一致性, 则定理 1 证明完毕。

定理 2 非线性多智能体系统 (3) 在动态事件触发机制 (10) ~ (11) 下, 不存在 Zeno 行为。

证明: 由定理 1 可得

$$\|\hat{\mathbf{y}}_i(t)\| \leq \|\hat{\mathbf{y}}(t)\| \leq \sqrt{2\lambda_N V_1(t)} \leq \sqrt{2\lambda_N V(t)} \leq \sqrt{2\lambda_N V(0)} \quad (30)$$

由式 (6) 可知

$$\begin{aligned} D^+ (\|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\|) &\leq \|\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_i(t)\| \leq \|(p\hat{\mathbf{y}}_i(t) + q\hat{\mathbf{y}}_i^\alpha(t))'\| \leq \\ &\|p + q\alpha\hat{\mathbf{y}}_i^{\alpha-1}(t)\| \left\| \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\dot{\hat{\mathbf{x}}}_i(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}_j(t)) \right\| \leq \\ &\|p + q\alpha\hat{\mathbf{y}}_i^{\alpha-1}(t)\| \left(\left\| \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\tilde{\mathbf{u}}_i(t) - \tilde{\mathbf{u}}_j(t)) \right\| + \left\| \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (f(\hat{\mathbf{x}}_i(t), t) - f(\hat{\mathbf{x}}_j(t), t)) \right\| \right) \leq \\ &\|p + q\alpha\hat{\mathbf{y}}_i^{\alpha-1}(t)\| (\tilde{l}_{ii}\|\tilde{\mathbf{u}}_i(t)\| + \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\tilde{\mathbf{u}}_j(t)\|) + \rho \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_j(t)\| \end{aligned} \quad (31)$$

由式 (30), 可得

$$\|\hat{\mathbf{y}}_i(t_k^i)\| \leq [2\lambda_N V(0)]^{\frac{1}{2}}$$

再由引理 3, 可得

$$\|\hat{\mathbf{y}}_i^\alpha(t_k^i)\|^2 \leq N^{1-\alpha} \|\mathbf{y}_i(t_k^i)\|^{2\alpha} \leq N^{1-\alpha} (2\lambda_N V(0))^\alpha$$

则 $\|\hat{\mathbf{y}}_i^\alpha(t_k^i)\| \leq N^{\frac{1-\alpha}{2}} (2\lambda_N V(0))^{\frac{\alpha}{2}}$, 故可得

$$\tilde{l}_{ii} \|\tilde{\mathbf{u}}_i(t)\| \leq \tilde{l}_{ii} (p\|\hat{\mathbf{y}}_i(t_k^i)\| + q\|\hat{\mathbf{y}}_i^\alpha(t_k^i)\|) \leq \tilde{l}_{ii} (p[2\lambda_N V(0)]^{\frac{1}{2}} + qN^{\frac{1-\alpha}{2}} [2\lambda_N V(0)]^{\frac{\alpha}{2}}) \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\tilde{\mathbf{u}}_j(t)\| \leq \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (p\|\hat{\mathbf{y}}_j(t_k^j)\| + q\|\hat{\mathbf{y}}_j^\alpha(t_k^j)\|) \leq \tilde{l}_{ii} (p[2\lambda_N V(0)]^{\frac{1}{2}} + qN^{\frac{1-\alpha}{2}} [2\lambda_N V(0)]^{\frac{\alpha}{2}}) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \rho \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_j(t)\| &\leq \rho N^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_j(t)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ \rho N^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_j(t)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} &\leq \rho N \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \|\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_j(t)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \rho N [4V(0)]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (34)$$

根据式 (32) (33) (34) 可将式 (31) 改写为

$$D^+ (\|\tilde{\mathbf{e}}_i(t)\|) \leq (p + q\alpha\|\hat{\mathbf{y}}_i^{\alpha-1}(t)\|) \left\{ 2\tilde{l}_{ii} (p[2\lambda_N V(0)]^{\frac{1}{2}} + qN^{\frac{1-\alpha}{2}} [2\lambda_N V(0)]^{\frac{\alpha}{2}}) + \rho N [4V(0)]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (35)$$

与文献 [14] 方法类似, 在一致性达成前存在 $m > 0$, 使得 $|y_{ij}(t)| \geq m$, 则 $|y_{ij}(t)|^{\alpha-1} \leq m^{\alpha-1}, j = 1, \dots, n$.

由引理 3, 可得

$$\|\hat{\mathbf{y}}_i^{\alpha-1}(t)\| = (\hat{y}_{i1}^{2(\alpha-1)}(t) + \dots + \hat{y}_{in}^{2(\alpha-1)}(t))^{\frac{1}{2}} \leq |\hat{\mathbf{y}}_{i1}(t)|^{\alpha-1} + \dots + |\hat{\mathbf{y}}_{in}(t)|^{\alpha-1} \leq nm^{\alpha-1} \quad (36)$$

因此, 由式子 (35) 和式 (36) 可得

$$\|\tilde{e}_i(t)\| \leq (p+q\alpha n m^{\alpha-1}) (2\tilde{l}_{ii}(p[2\lambda_N V(0)]^{\frac{1}{2}}+qN^{\frac{1-\alpha}{2}}[2\lambda_N V(0)]^{\frac{\alpha}{2}})+\rho N[4V(0)]^{\frac{1}{2}}) \quad (37)$$

由式(6)知 $\tilde{e}_i(t_k^i) = 0$, 所以有

$$\|\tilde{e}_i(t)\| \leq \|\tilde{e}_i(t_k^i)\| + \int_{t_k^i}^t \|\tilde{e}_i(s)\| ds \leq K(t - t_k^i) \quad (38)$$

其中, $K = (p+q\alpha n m^{\alpha-1}) (2\tilde{l}_{ii}(p[2\lambda_N V(0)]^{1/2}+qN^{(1-\alpha)/2}(2\lambda_N V(0))^{\alpha/2})+\rho N(4V(0))^{1/2})$ 。

由事件触发条件(11)和(38)可知

$$\|\tilde{e}_i(t_{k+1}^i)\| = \sqrt{\varepsilon \|\tilde{y}_i(t_{k+1}^i)\|^2 + \frac{1}{\delta_i} \eta_i^{\frac{\alpha+1}{2}}(t_{k+1}^i)} \leq K(t_{k+1}^i - t_k^i) \quad (39)$$

由式(39)可得

$$t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{\sqrt{\varepsilon \|\tilde{y}_i(t_{k+1}^i)\|^2 + \frac{1}{\delta_i} \eta_i^{\frac{\alpha+1}{2}}(t_{k+1}^i)}}{K} > 0 \quad (40)$$

因此, $t_{k+1}^i - t_k^i > 0$, 表明不存在 Zeno 行为, 则定理 2 证明完毕。

3 仿真验证

为了进一步验证所提动态事件触发有限时间双向一致性控制协议的优越性和实用性, 进行了两组仿真实验。

3.1 实验 1

考虑如式(3)描述的包含 5 个智能体的多智能体系统, 通信拓扑如图 1 所示。

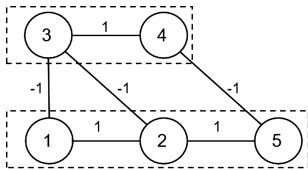


图 1 通信拓扑

Fig.1 Communication topology

从图 1 可以看出, 所有智能体被划分为两个子群 $V_1 = \{v_1, v_2, v_5\}$ 和 $V_2 = \{v_3, v_4\}$, 根据图 1 可得

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

计算得 $\lambda_2 = 1.382, \lambda_N = 4.618$ 。令非线性函数 $f(x_i(t), t) = 0.001x_i^3(t)$, 则 $\rho = 0.001$ 。设置仿真时间 $t = 4s$, 步长为 0.001。仿真参数分别设置为: $\alpha = 0.6, \beta_i = 1.4, \delta_i = 0.9, \theta_i = 0.9, \varepsilon = 1, p = 1.5, q = 0.3$ 。选择初始值为 $x(0) = [-3, -2, 0, 2, 4]^T$

和 $\eta_i(0) = 1$ 。

具有竞争-协作通信拓扑的多智能体系统在所提动态事件触发有限时间控制下实验结果如图 2 至图 5 所示。

图 2 分别展示了各智能体的状态变化, 图 3 是各智能体的控制输入, 图 4 为各智能体的事件触发时刻, 图 5 是各智能体辅助动态变量的变化。

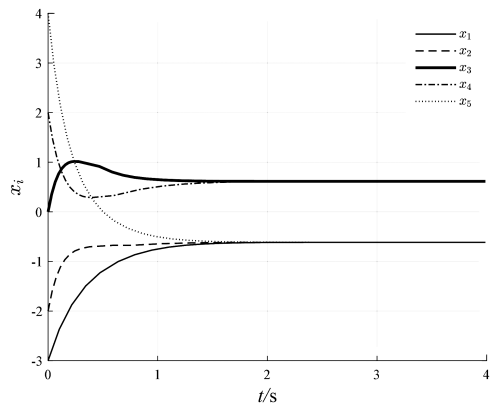


图 2 动态事件触发控制下各智能体的状态

Fig.2 State of each agent under dynamic event-triggered control

从图 2 可以看出, 各智能体的状态达成双向一致, 其中 x_1, x_2, x_5 的状态与 x_3, x_4 的状态绝对值相等符号相反。

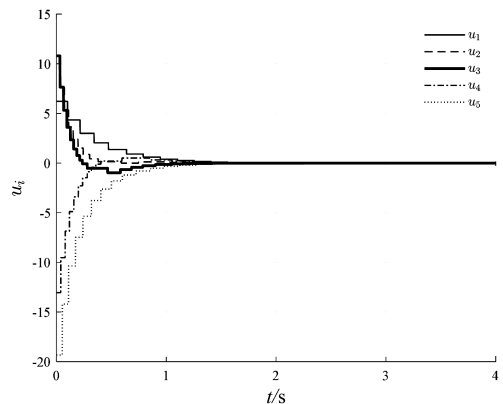


图 3 动态事件触发控制下各智能体的控制输入

Fig.3 Control input of each agent under dynamic event-triggered control

从图 3 可以看出控制输入的变化呈阶梯状,说明了采用动态事件触发机制的控制器不需要实时更新,只在触发时刻进行更新,从而节省通信资源。

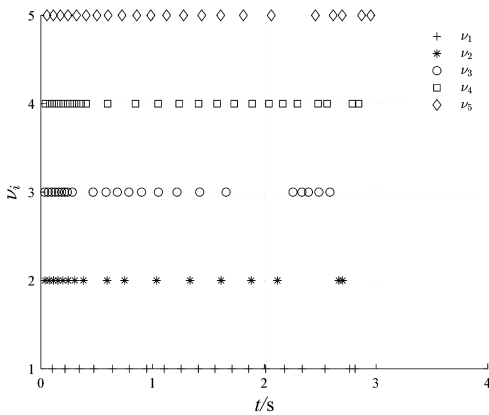


图 4 动态事件触发控制下各智能体的触发时刻
Fig.4 Trigger instants of each agent under dynamic event-triggered control

如图 4 所示,当触发条件被满足时,控制器才会进行更新。即当控制器在两个触发时刻之间时控制输入保持不变,且可以看出各智能体的触发时刻是有限的,说明所提出的动态事件触发机制在排除 Zeno 行为方面的有效性。

由于动态辅助变量由系统误差所组成,从图 5 可以看出在有限时间内系统误差趋于零,所以动态辅助变量在有限时间内也趋于零。

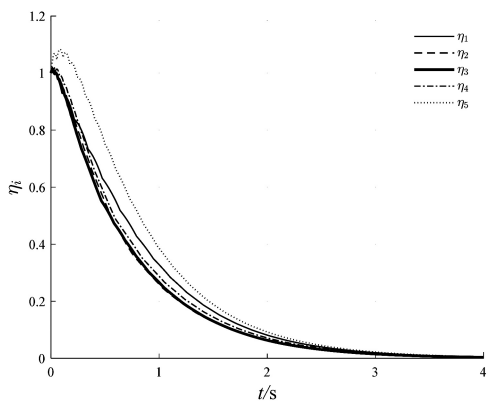


图 5 动态事件触发控制下各智能体的动态变量
Fig.5 Dynamic variables of each agent under dynamic event-triggered control

为证明所提动态事件触发控制方法的优越性。令式(11)中 $\eta_i(t) = 0$, 则动态事件触发机制转换为文献[4]所提的静态事件触发机制。触发条件改写为 $t_{k+1}^i = \inf \{ t > t_k^i \mid e_i(t)^2 \geq \varepsilon \|y_i(t)\|^2 \}$ 。

同时,引入文献[8]所提动态事件触发机制,将本研究所提方法与文献[4]静态事件触发机制、文献[8]动态事件触发机制进行对比实验,控制器的参数,多智能体系统的动态模型,各智能体的初始状态和网络通信拓扑与上述动态事件触发控制实验一致。

静态事件触发机制下各智能体的状态轨迹如图 6 所示,各智能体的触发时刻如图 7 所示。通过对比图 2 和图 6 可以明显看出无论是使用动态事件触发控制还是使用静态事件触发控制最终都能使非线性智能体系统达成双向一致性。对比图 4 和图 7 明显能看出本研究所提出的动态事件触发机制的事件触发间隔更大。

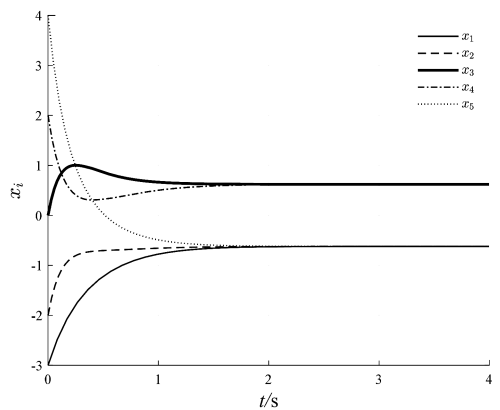


图 6 静态事件触发控制下各智能体的状态
Fig.6 State of each agent under static event-triggered control

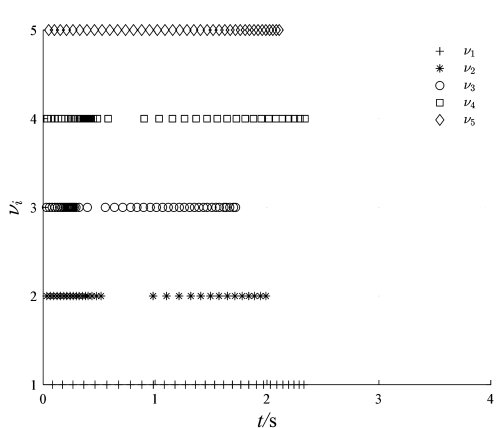


图 7 静态事件触发控制下各智能体的触发时刻
Fig.7 Trigger instants of each agent under static event-triggered control

图 8 为文献[8]动态事件触发机制下各智能体的状态轨迹,图 9 展示了各智能体的触发时刻。

通过对比图 2 和图 8 可以明显看出两种动态事件触发机制最终都能使非线性智能体系统达成双向一致性,而对比图 4 和图 9 可以看出本研究所提的动态事件触发机制的触发次数要少于文献[8]所提的动态事件触发机制。

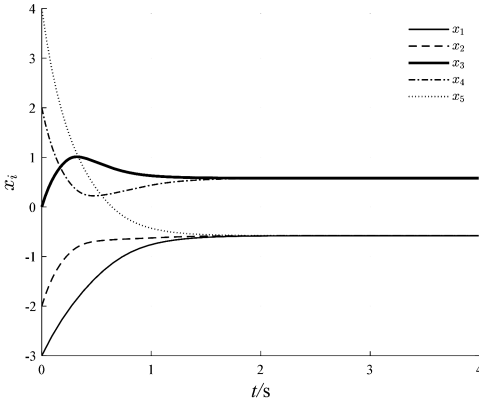


图 8 文献[8]动态事件触发控制下各智能体的状态

Fig.8 State of each agent under dynamic event-triggered control in Reference [8]

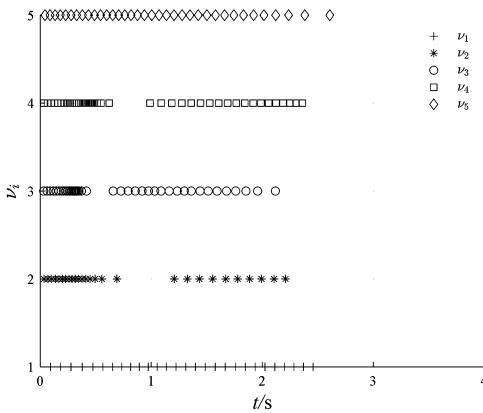


图 9 文献[8]动态事件触发控制下各智能体的触发时刻

Fig.9 Trigger instants of each agent under dynamic event-triggered control in Reference[8]

表 1 列出了文献[4]所提静态事件触发机制,文献[8]所提动态事件触发机制和本研究所提出的动态事件触发机制下的各智能体的触发次数,能清晰地看出两种动态事件触发机制下的智能体的触发次数都比文献[4]静态事件触发机制要少,而本研究提出的动态事件触发机制要优于文献[8]所提的动态事件触发机制。因此,通过对比实验可以证明本研究所提的动态事件触发控制方法可以避免大量不必要的触发,进一步减少控制器更新次数,节省通信资源。

表 1 各智能体在不同触发机制下的触发次数

Tab.1 Number of triggers of each agent under different trigger mechanisms

智能体	触发次数		
	静态事件 触发方法 ^[4]	动态事件 触发方法 ^[8]	本研究 所提方法
1	29	28	18
2	31	27	24
3	55	42	29
4	51	46	23
5	40	36	18

3.2 实验 2

受文献[15]启发考虑一个无人车编队问题,在本例中,由 4 个智能体组成多智能体系统,每个智能体代表一个在地面上运动的无人车。经过一定的变换,无人车编队问题可以转化为非线性多智能体系统的一致性问题。每个智能体的动力学方程为

$$\dot{\mathbf{w}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}(\mathbf{w}_i(t), t)$$

其中 $\mathbf{w}_i = [x_i, y_i, v_{xi}, v_{yi}]^T$, (x_i, y_i) 是第 i 辆无人车在平面上的坐标, (v_{xi}, v_{yi}) 是水平与垂直两个方向上的速度, $\mathbf{f}(\mathbf{w}_i(t), t)$ 是非线性向量函数,令 $\mathbf{f}(\mathbf{w}_i(t), t) = [0.001x_i^3, 0.001y_i^3, 0.001v_{xi}^3, 0.001v_{yi}^3]^T$ 。智能体的通信拓扑如图 10 所示。

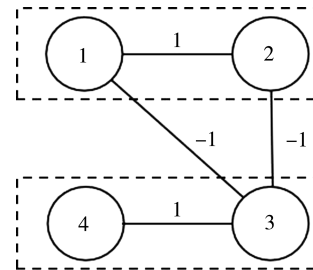


图 10 无人车通信拓扑

Fig.10 Communication topology of autonomous vehicles

由图 10 无人车通信拓扑图可以得到其对应的邻接矩阵 \mathbf{A} , 经过计算可得 $\lambda_2 = 1, \lambda_N = 4$ 选择无人车的初始值分别为 $\mathbf{w}_1(t) = [-3, 5, 2, 1]^T, \mathbf{w}_2(t) = [3, 6, 1, 5]^T, \mathbf{w}_3(t) = [-2, 2, -1, 2]^T, \mathbf{w}_4(t) = [-6, 1, -2, -3]^T$ 。仿真参数分别设置为 $\alpha = 0.6, \beta_i = 1.4, \delta_i = 0.8, \theta_i = 0.6, \varepsilon = 1, p = 1.3, q = 0.4, \rho = 0.001$ 。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

如图 11 所示,从各无人车运动轨迹可以看出无人车 1 和无人车 2 最终收敛到点(2,2)而无人车 3 和无人车 4 则收敛到相反方向的点(-2,-2)。

图 12 和图 13 分别是无人车在 x 轴和 y 轴方向上的速度。可以看出无人车 1、2 和无人车 3、4 在 x 、 y 轴方向的速度绝对值相等,符号相反。

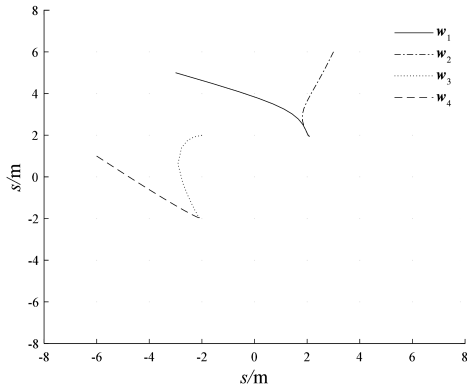


图 11 无人车运动轨迹

Fig.11 Motion trajectory of autonomous vehicles

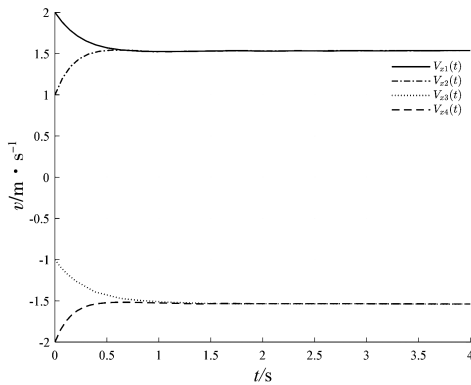


图 12 x 轴方向上的速度

Fig.12 Speed in x -axis direction

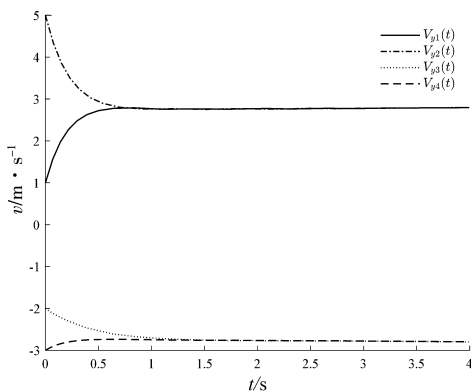


图 13 y 轴方向上的速度

Fig.13 Speed in y -axis direction

图 14 是无人车的控制输入,可以看出控制输入能够在有限时间内收敛至零。

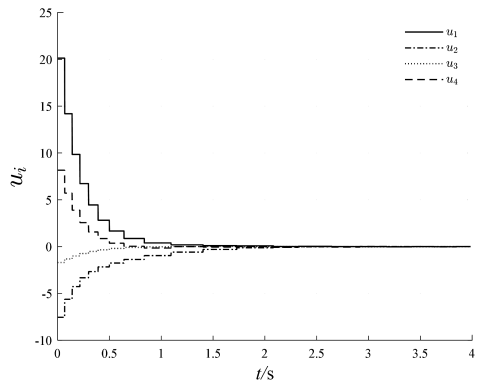


图 14 无人车的控制输入

Fig.14 Control input of autonomous vehicles

4 结束语

针对具有竞争-合作关系的非线性多智能体系统,本课题研究了其有限时间动态事件触发双向一致性控制问题。通过引入辅助动态变量,提出一种基于动态事件触发机制的多智能体一致性控制策略,有效降低了控制器更新频率,节约了系统通信与计算资源。利用符号图描述了同时具有合作和竞争关系的非线性多智能体的拓扑结构,设计了保证同步误差系统有限时间稳定的双向一致性控制协议。基于李雅普诺夫稳定性定理对所提的非线性多智能体系统进行理论分析表明,所设计的控制协议能够保证系统在有限时间内实现双向一致性,并有效避免了 Zeno 行为。仿真结果也验证了所提方法在收敛速度和资源节约方面的优越性。

然而,本研究仍存在一些局限性:一方面,系统模型中对非线性函数的假设较为严格,要求其满足全局利普希茨条件,实际系统中可能存在更复杂的动态特性;另一方面,本课题仅考虑了无向拓扑结构,未涉及拓扑结构存在信息单向传输的情形,未来可进一步研究有向拓扑或时变拓扑下的双向一致性问题。此外,如何将所提方法推广至含有输入时滞、量化通信或外部扰动的多智能体系统,也是值得深入探讨的方向。今后的研究将致力于放宽系统假设条件,探索更广泛场景下的有限时间一致性控制,并结合实际应用背景,如无人机编队、智能电网调度等领域,进一步验证算

法的有效性与鲁棒性,为复杂多智能体系统的协调控制提供更具实用性的理论支撑。

参考文献:

- [1] ZHAO H N,ZHAO J S,SUN Z Y, et al. Event-triggered-based fuzzy adaptive tracking control for stochastic nonlinear systems against multiple constraints[J]. *Fuzzy Sets and Systems*,2025,504:109253.
- [2] XIE X,SHENG T,CHEN X Q. Energy-conserving event-triggered control for multiagent systems with limited resources[J]. *Journal of the Franklin Institute*,2024,361(15):107135.
- [3] QIU X J,MENG W C,WANG Y C, et al. Data-driven-based fully distributed event-triggered control for nonlinear multi-agent systems[J]. *Applied Mathematics and Computation*,2025,495:129307.
- [4] 陈世明,叶舒康,马旭阳,等. 基于事件触发的不确定多智能体系统自适应一致性[J]. *控制理论与应用*,2025,42(1):33-40.
- [5] 李志勇,谈世磊. 基于周期事件触发机制的分布式资源分配算法[J]. *控制与决策*,2025,40(2):563-571.
- [6] HE W L,XU B,HAN Q L, et al. Adaptive consensus control of linear multiagent systems with dynamic event-triggered strategies[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*,2020,50(7):2996-3008.
- [7] HAN J K,WU X Q,MAO B, et al. Distributed event-triggered cooperative output regulation for multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*,2025,12(1):338-350.
- [8] ZHENG W,DONG Y B,WANG H B. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control of multi-agent systems with unknown bounded disturbances[J]. *International Journal of Control*,2024,97(5):1037-1048.
- [9] LU R X,WU J,ZHAN X S, et al. Finite-time group-bipartite consensus tracking for second-order nonlinear multi-agent systems[J]. *Neurocomputing*,2023,545:126283.
- [10] ALTAFINI C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*,2013,58(4):935-946.
- [11] OLFATI-SABER R,MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*,2004,49(9):1520-1533.
- [12] ZUO Z Y,TIE L. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems[J]. *International Journal of Systems Science*,2016,47(6):1366-1375.
- [13] BHAT S P,BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*,2000,38(3):751-766.
- [14] 陈世明,邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性[J]. *控制理论与应用*,2019,36(10):1606-1614.
- [15] HU W F,YANG C H,HUANG T W, et al. A distributed dynamic event-triggered control approach to consensus of linear multiagent systems with directed networks[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*,2020,50(2):869-874.

(责任编辑:方素华)