

基于改进沙猫群优化算法 6-RUS 运动学正解

何栋炜^{1,2,3}, 王永杰^{1,2,4}, 蒋学程⁴, 潘嘉鑫^{1,2,4}, 刘丽桑^{1,2,3}, 陈健¹

(1. 福建理工大学 电子电气与物理学院, 福建 福州 350118;

2. 福建省工业集成自动化行业技术开发基地, 福建 福州 350118;

3. 电子信息与电气技术国家级实验教学示范中心, 福建 福州 350118;

4. 闽江学院 物理与电子信息工程学院, 福建 福州 350108)

摘要: 为了提高 6-RUS 并联型机构正解求解速度, 将改进沙猫群优化算法与牛顿迭代法相结合, 设计了一种并联平台正解算法。通过几何分析法建立运动学正解的非线性方程; 基于改进沙猫群优化算法生成迭代初值; 基于所选初值使用牛顿迭代法求出精确结果。实验结果表明, 与粒子群优化算法等现有方法比较, 该方法有效减少了迭代次数和计算时间, 平均求解效率至少提高 20%。

关键词: 6-RUS; 正解; 改进沙猫群优化算法; 牛顿迭代法

中图分类号: TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 2097-3853(2025)03-0277-06

Kinematics forward solution based on improved sand cat swarm optimization algorithm

HE Dongwei^{1, 2, 3}, WANG Yongjie^{1, 2, 4}, JIANG Xuecheng⁴,
PAN Jiaxin^{1, 2, 4}, LIU Lisang^{1, 2, 3}, CHEN Jian¹

(1. School of Electronic, Electrical Engineering and Physics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

2. Technical Development Base of Industrial Integration Automation of Fujian Province, Fuzhou 350118, China;

3. National Demonstration Center for Experimental Electronic Information and Electrical Technology Education, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

4. School of Physics & Electronic Information Engineering, Minjiang University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: In order to improve the speed of forward solution of 6-RUS parallel mechanism, a forward solution algorithm for parallel platform was designed by combining the improved sand cat swarm optimization algorithm with the Newton iteration method. The nonlinear equation of kinematics forward solution was established by geometric analysis method; the initial value of iteration was generated based on the improved sand cat swarm optimization algorithm; the accurate result was obtained by the Newton iteration method based on the selected initial value. Experimental results show that compared with existing methods such as particle swarm optimization algorithm, this method effectively reduces the number of selections and calculation time, and the average solution efficiency is improved by at least 20%.

Keywords: 6-RUS; forward solution; improved sand cat swarm optimization algorithm; Newton's iterative method

并联型机构是一种封闭的运动链式机构, 在飞行模拟器、医疗操作、机床等灵敏度和精度要求

高的应用中, 并联型机构相对于串行型机构^[1]优势明显。并联型机构具有结构紧凑、运动精度高、

收稿日期: 2024-06-15

基金项目: 福建省自然科学基金(2023J011397); 福建省高校产学研合作科技计划项目(2022N5020); 福建省中青年教师教育科研项目(JAT210286)

第一作者简介: 何栋炜(1985—), 男, 福建福州人, 副教授, 博士, 研究方向: 运动控制及电机控制。

机构刚度大和承载能力强等优点。并联型机构逆解相对容易且存在唯一解,但正解的过程相对复杂且面临着多解的问题。

国内外许多学者采用不同的方法解决并联型机构的正解问题。文献[2]在结构上进行了创新,使运动学模型更简单且易于控制,但推导过程过于复杂化。文献[3]使用支持向量回归方法进行正解问题求解,但其训练时间过长。文献[4]将 PSO 算法应用于并联机构正解问题,但求解精度较低。文献[5][6]通过 BP 神经网络选取初值并结合牛顿迭代法得到精确结果,提高了求解效率,但由于六自由度并联平台正运动学存在多解问题,BP 神经网络训练的效果不够好,因此得出的初值不够准确。文献[7]提出利用 GA-BP 混合算法求解六自由度并联平台正解方法,旨在改善误差性能,但存在训练时间过长且易陷入局部最优的缺点。文献[8][9]通过添加角度传感器来解决并联机构正解问题,但该方法的精确度依赖于传感器灵敏度,且易受外部干扰因素影响。

根据并联机构正解特性,通过优化迭代初值的选取,能够有效减少计算时间和迭代次数,从而加快求解效率。受文献[10][11]的启发,本研究利用沙猫群优化算法(sand cat swarm optimization, SCSO)^[12]特性去获得迭代初值。并联机器人末端执行器在初值搜索阶段,类似于沙猫在沙漠中追踪猎物;随着初始位置的逐渐明确,机器人进入精细搜索和捕获阶段,该行为类似于沙猫锁定猎物后的精准捕捉。尽管沙猫群优化算法在某些特定问题上展示出了一定的潜力,但其整体性能仍不理想,表现为收敛速度较慢、易陷入局部最优解、鲁棒性不强等问题。

综上,本研究以 6-RUS 并联型机构为研究对象,改进沙猫群优化算法(MSCSO),增强其全局搜索能力,避免局部最优,并结合牛顿迭代法,形成一种新型的运动学正解算法,以期提高运动学正解的求解效率。

1 6-RUS 型并联机构模型

6-RUS 型并联机构由静止平台、运动平台以及 6 条支链组成,每条支链由转动副-万向节-球副组成,坐标系 $O_0-X_0Y_0Z_0$ 固定在静止平台上,坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 固定在运动平台上,如图 1 所示。其中, A_i 为静止平台转动副铰点, C_i 为运动平台球副铰点, B_i 为万向节铰点。该机构主动臂设为

A_iB_i , 用 L_{AB} 表示, 从动臂设为 B_iC_i , 用 L_{BC} 表示, θ_i 为驱动关节角度。该机构运动平台的偏转角度分为绕 X 轴的俯仰角 α , 绕 Y 轴的偏航角 β , 绕 Z 轴的翻滚角 γ 。

静止平台结构示意图如图 2(a) 所示, 其中, R_i 为铰点 A_i 相对于静止平台中心点 O_0 的距离, θ_{Ai} 是 O_0A_i 相对于 X_0 轴的夹角。运动平台结构示意图如图 2(b) 所示, 其中, r_i 为铰点 C_i 相对于动平台中心点 O_1 的距离, θ_{Ci} 是 O_1C_i 相对于 X_1 轴的夹角, 其中 $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 。

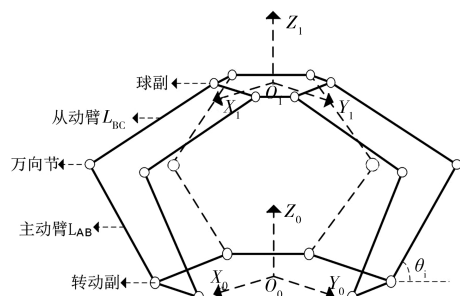


图 1 6-RUS 型并联机构示意图

Fig.1 Schematic diagram of 6-RUS type parallel mechanism

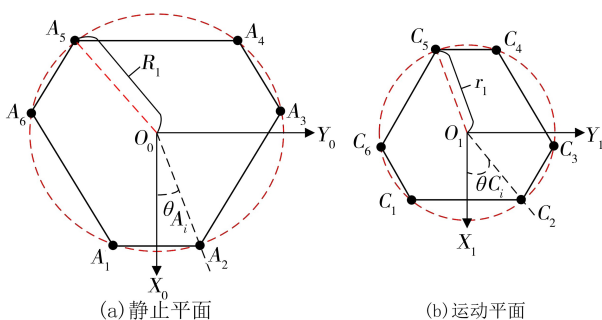


图 2 平台结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of platform structure

2 改进的并联机构正解求解方法

6-RUS 型并联机构的正解是通过各驱动关节的转角去确定运动平台的位置和姿态。在正解求解过程中,迭代初值的选取至关重要。牛顿迭代法在已知迭代初始值接近解的情况下,具有较快的收敛速度和较高的解精度。但传统的牛顿迭代法通过排列组合法对初值广泛覆盖,导致计算时间长,迭代次数多等问题。改进的沙猫群优化算法在全局搜索能力上表现优异,能够有效避免陷入局部最优解的困扰,从而提供一个接近全局最优解的结果。

针对该问题,本研究在牛顿迭代法的基础上引入改进沙猫群优化算法(MSCSO)^[13],改进沙猫群优化算法与牛顿迭代法的结合能够兼顾全局搜索能力和局部搜索精度,克服单一算法的局限性。

2.1 基于改进沙猫群优化算法的初值选取方法

将算法中的猎物比作六自由度并联机构迭代初值 $T(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$, 每只沙猫位置表示末端执行器的位置。该算法分为两个重要阶段:寻找迭代初值和确定迭代初值。

2.1.1 种群初始化

利用沙猫群优化算法会在范围内生成一个均匀分布的随机种群,初始化公式为:

$$T_{ij} = \text{rand}(0, 1) \cdot (u_j - l_j) + l_j \quad (1)$$

式中, T_{ij} 为 i 个末端执行器 j 维的初值位置; u_j 和 l_j 为末端执行器 j 维合理范围内的上界和下界; j 维分别表示为 $[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$ 。

2.1.2 寻找迭代初值

该算法利用沙猫特性进行六自由度并联机构最佳迭代初值搜寻。末端执行器搜索范围 r_G 由式(2)定义,且 r_G 范围为 $[0, 2]$ 。另外根据式(3)获得平衡参数 R ,并控制算法的搜索迭代初值开发功能。

$$r_G = s_M \cdot \left(1 - \frac{t}{t_{\max}}\right) \quad (2)$$

$$R = 2 \cdot \text{rand}(0, 1) \cdot r_G - r_G \quad (3)$$

式中, s_M 为 2; t 为当前迭代次数; $t_{\max}$ 为最大迭代次数。

每个末端执行器在寻找迭代初值过程中,当前末端执行器搜索位置更新是基于一个随机位置,这更有利于算法的探索和利用。为了避免陷于局部最优,每个末端执行器对应搜索范围各不相同,如式(4)。

$$r = \text{rand}(0, 1) \cdot r_G \quad (4)$$

在寻找迭代初值阶段,每个末端执行器会在自己的搜索范围内寻找六自由度并联机构迭代初值,并逐渐向该迭代初值方向移动,更新公式为:

$$T(t+1) = r \cdot [T_{bc}(t) - \text{rand}(0, 1) \cdot T_c(t)] \quad (5)$$

式中, $T_{bc}(t)$ 为最优末端执行器位置; $T_c(t)$ 为当前末端执行器位置。

2.1.3 确定迭代初值

末端执行器在确定迭代初值过程中,当前末端执行器与最佳迭代初值之间距离 T_{rnd} 的求解如式(6)所示。

$$T_{\text{rnd}} = |\text{rand}(0, 1) \cdot T_b(t) - T_c(t)| \quad (6)$$

式中, $T_b(t)$ 为当前最佳迭代初值位置; $T_c(t)$ 为当前末端执行器位置。

根据平衡参数 R 决定是否确定迭代初值,如式(7)所示。当 $|R| \leq 1$ 时,末端执行器确定迭代初值,利用式(6)并通过轮盘赌法随机选择一个角度 θ_α ,使末端执行器能够沿着不同的圆周方向接近迭代初值;而当 $|R| > 1$ 时,则需要根据式(5)重新更新末端执行器位置,以确保找到其他更佳位置。

$$T(t+1) = \begin{cases} T_b(t) - r \cdot \cos(\theta_\alpha) \cdot T_{\text{rnd}}, & |R| \leq 1 \\ r \cdot [T_{bc}(t) - \text{rand}(0, 1) \cdot T_c(t)], & |R| > 1 \end{cases} \quad (7)$$

2.1.4 改进策略

尽管沙猫群优化算法稳定性高、结构简单,但容易早熟、陷入局部最优、寻优精度不稳定、全局搜索能力低等。针对以上不足,本研究借鉴文献[13]的策略,对沙猫群优化算法进行改进。在寻找迭代初值阶段,利用三角形游走策略,使末端执行器能够扩大搜索范围去寻找迭代初值。在确定迭代初值阶段,利用莱维飞行策略^[14-16],使末端执行器有效避免陷入局部最优。最后,利用透镜成像反向学习策略^[17-18],使末端执行器跳出当前位置,增强全局搜索能力。改进算法的具体流程如图3所示。

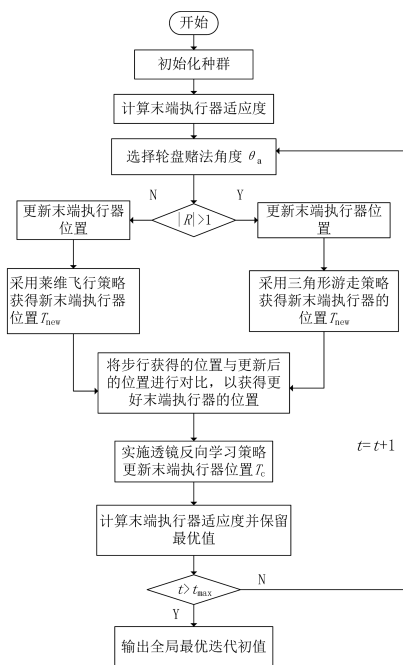


图3 沙猫群优化算法改进策略

Fig.3 Improvement strategies for sand cat swarm optimization algorithms

2.1.5 目标函数确定

通过改进沙猫群优化算法特性,将目标函数设为:

$$o = \sum [\chi(T) - \theta_0]^2 \quad (8)$$

式中 $\chi(\cdot)$ 为逆解方程组; θ_0 为已知驱动关节转角。通过最小化目标函数 o ,可以找到使得期望值 T 最符合输入值 θ_0 的最佳变量。

2.2 牛顿迭代法

通过改进沙猫群优化算法得到初值作为牛顿迭代法过程的起始点。因此设 6-RUS 型并联机构的广义坐标为 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$, $T = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$, 则逆解方程组为:

$$\theta = \chi(T) \quad (9)$$

根据式(9),得到正解公式为:

$$F(T) = \chi(T) - \theta_0 = [F_1(T) \cdots F_6(T)]^T = 0 \quad (10)$$

式中 T 为运动平台的位姿; θ_0 为已知驱动关节转角; $\chi(\cdot)$ 为逆解方程组。

利用线性化处理,通过 Newton-Raphson 迭代方法对运动平台位置进行求解^[19]。根据式(9)可求出各驱动关节转角 $\theta_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 。将式(10)在 $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6]$ (即为 $[x_0, y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0, \gamma_0]$)附近做多元泰勒展开,其中 $T_0 = [x_0, y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0, \gamma_0]^T$, 令 $[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$ 为 $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6]$, σ_{i0} 代表第 i 次的初值,并取其线性部分得到:

$$\begin{cases} F_1(T_0) + \sum_{i=1}^6 (\sigma_i - \sigma_{i0}) \frac{\partial F_1(T_0)}{\partial \sigma_i} = 0 \\ F_2(T_0) + \sum_{i=1}^6 (\sigma_i - \sigma_{i0}) \frac{\partial F_2(T_0)}{\partial \sigma_i} = 0 \\ \vdots \\ F_6(T_0) + \sum_{i=1}^6 (\sigma_i - \sigma_{i0}) \frac{\partial F_6(T_0)}{\partial \sigma_i} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中 $F_i(T_0) = F_i(\sigma_{10}, \sigma_{20}, \sigma_{30}, \sigma_{40}, \sigma_{50}, \sigma_{60})$

令 $\Delta\sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i0}$, 将式(11)转换为矩阵形式,如式(12)所示。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} & \frac{\partial F_1}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial F_2}{\partial q_1} & \frac{\partial F_2}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial q_6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_6}{\partial q_1} & \frac{\partial F_6}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_6}{\partial q_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \vdots \\ \Delta\sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1(T_0) \\ -F_2(T_0) \\ \vdots \\ -F_6(T_0) \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(12)看作以 $\Delta\sigma_i$ 为未知数的线性方程组,其系数矩阵 J 为:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} & \frac{\partial F_1}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial F_2}{\partial q_1} & \frac{\partial F_2}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial q_6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_6}{\partial q_1} & \frac{\partial F_6}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_6}{\partial q_6} \end{bmatrix} \quad (13)$$

如果 $J \neq 0$,则可以求解出 $\Delta\sigma_i$,因此 T_1 为:

$$T_1 = [x_1, y_1, z_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1]^T = T_0 + [\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3, \Delta\sigma_4, \Delta\sigma_5, \Delta\sigma_6]^T \quad (14)$$

依次类推,重复以上各式直至 $|\text{Max}(\Delta\theta_i)| < \varepsilon$ 为止,此时矩阵 T_n (n 为迭代次数)即为所求解。求解流程如图4所示。

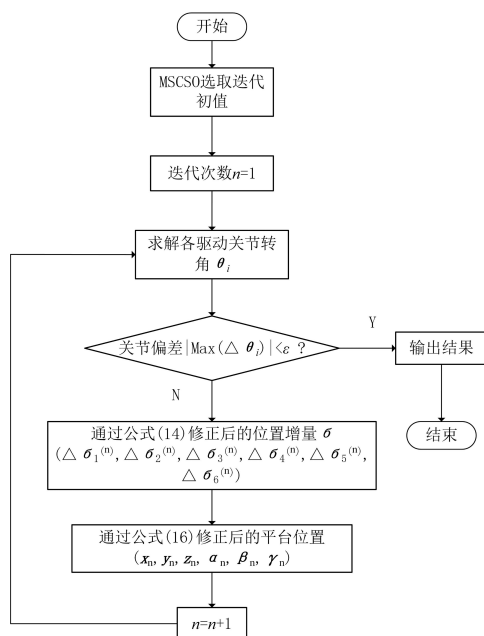


图4 并联机构正解流程图

Fig.4 Parallel mechanism positive solution flowchart

3 仿真结果分析

3.1 参数

6-RUS 并联型机构的结构参数如表1所示。

表1 6-RUS 结构参数

Tab.1 6-RUS structural parameters

变量	数值
R_1	0.16 m

续表						
变量	数值					
r_1	0.08 m					
L_{AB}, L_{BC}	0.8 m					
O_{Ai}	340°	20°	100°	140°	220°	260°
θ_{Ci}	320°	40°	80°	160°	200°	280°

代入相关结构参数,绘制出 6-RUS 并联型机构的三维结构图,如图 5 所示。

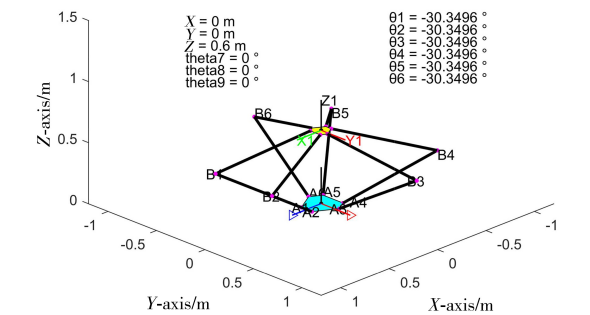


图 5 6-RUS 并联型机构初始状态图
Fig.5 Initial state diagram of 6-RUS parallel type mechanism

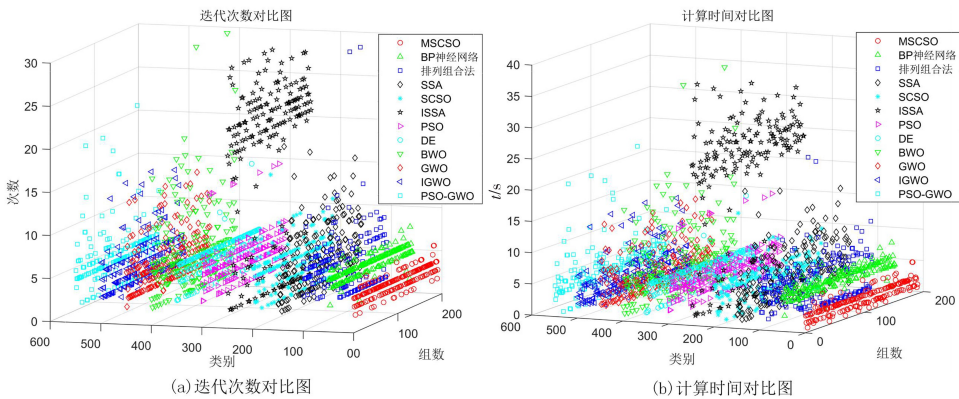


图 6 与现有方法对比
Fig.6 Comparison with existing methods

为了避免实验结果存在偶然性,在相同条件下进行多次独立实验,并将实验的结果总结出一定范围,如表 2 所示。其中,改进沙猫群优化算法结合牛顿迭代法在整个测试过程中表现出色,其在处理并联平台正解问题时不仅收敛快速且计算效率提高,明显优于其他现有方法。

由图 6 和表 2 可知,本研究所采用的 MSCSO 算法在求解过程中,迭代次数均值为 3.323 1~3.878 2 之间,计算时间均值为 2.382 3~3.106 8 s 之间,相比较于粒子群优化算法(PSO)等现有方

为了方便现有智能算法与改进沙猫群优化算法进行对比,需将各种算法参数统一设置,将各种算法种群设为 100,最大迭代次数设为 1 000,其中, $x \in [-1, 1], y \in [-1, 1], z \in [-1, 1], \alpha \in [-360, 360], \beta \in [-360, 360], \gamma \in [-360, 360]$ 。为了提高并联机构解的精度,将智能算法获得的结果代入牛顿迭代法进行迭代,其中牛顿迭代法的迭代次数设置为 50,最大允许误差设置为 10,收敛精度设为 10^{-8} 等。

3.2 算法对比

为了验证改进沙猫群优化算法结合牛顿迭代法的效果,本研究将从计算时间和迭代次数 2 个方面将其与现有方法对比。所有程序均在 Matlab 2021b 环境下运行,计算机配置为 Intel i5_CPU 和内存 8 G,使用 Matlab 自带的秒表功能进行计时。

为了能够直观地观察各个智能算法之间的对比情况,计算并可视化了各算法在迭代次数和计算时间上的均值。各种现有方法结合牛顿迭代法在计算时间和迭代次数上的对比如图 6 所示。

法,该方法有效减少了迭代次数和计算时间,平均求解效率至少提高 20%。

表 2 与现有方法均值比较表		
Tab.2 Comparison table with mean values of existing methods		
智能算法	迭代次数均值	计算时间均值/s
BP 神经网络	5.433 7~6.210 3	5.278 2~6.012 8
排列组合法	5.516 3~6.871 2	4.714 8~5.639 1
SSA	6.821 3~7.348 1	6.219 2~6.982 1

续表

智能算法	迭代次数均值	计算时间均值/s
ISSA	16.371 8~17.856 1	18.461 1~19.053 1
DE	6.071 7~6.783 1	5.184 3~6.071 2
BWO	6.106 1~6.687 1	6.348 1~6.938 8
PSO	4.186 1~4.580 4	4.180 8~4.661 8
GWO	5.345 5~5.871 1	4.804 9~5.452 1
IGWO	5.158 2~5.821 4	4.396 6~4.812 3
PSO-GWO	4.792 1~5.234 1	4.214 5~4.683 1
SCSO	4.482 3~5.675 8	4.847 5~5.342 1
MSCSO	3.323 1~3.878 2	2.382 3~3.106 8

4 结论

本研究提出一种基于改进沙猫群优化算法结合牛顿迭代法的 6-RUS 运动学正解求解方法,并完成了算法对比实验,实验结果表明:

1)在寻找迭代初值方面上,改进沙猫群优化

算法(MSCSO)相比于多种智能算法对比,表现更加优秀。改进沙猫群优化算法能够扩大搜索范围,有效避免陷入局部最优,显著增强了全局搜索能力,从而在寻找全局最优解方面上展现出更优的性能。

2)把改进沙猫群优化算法与牛顿迭代法结合后应用在 6-RUS 的运动学正解过程中,可有效减少计算时间和迭代次数,显著提高了运动学正解求解效率。与现有方法相比,改进后的沙猫群优化算法在收敛速度和寻优能力表现出更优越的性能。

3)改进沙猫群优化算法与牛顿迭代法相结合,在并联机构运动学正解问题上明显提升了计算效率。但该方法仅考虑了运动学正解问题,并未涉及并联机构的动力学分析。在未来的研究中,需要将运动学和动力学相结合,以全面提升并联机构的性能。通过整合这两方面的分析,可以更准确地模拟实际工作条件下的机构行为,从而进一步优化计算效率和精度,提升并联机构在实际应用中的稳定性和可靠性。

参考文献:

[1] 冷玉珊. 六自由度串联机器人运动学及轨迹规划分析[D]. 抚顺:辽宁石油化工大学,2020.

[2] MENG Z R,CAO W A,DING H F,et al. A new six degree-of-freedom parallel robot with three limbs for high-speed operations[J]. Mechanism and Machine Theory,2022,173:104875.

[3] MORELL A,TAROKH M,ACOSTA L. Solving the forward kinematics problem in parallel robots using support vector regression[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence,2013,26(7):1698-1706.

[4] 刘伟锐,赵恒华. 改进粒子群算法在并联机构位置正解中的应用[J]. 机械设计与制造,2014(2):181-183.

[5] 朱齐丹,张铮,纪勋. Stewart 平台实时位置正解通用方法[J]. 哈尔滨工程大学学报,2021,42(3):394-399.

[6] 张强,秦东晨,朱强,等. 基于神经网络-牛顿混合算法的盾构机掘进位姿求解研究[J]. 机械传动,2021,45(7):24-29.

[7] 王启明,苏建,隋振,等. 一种新型冗余驱动并联机构位姿正解研究[J]. 机械工程学报,2019,55(9):40-47.

[8] 卢文娟,郑旭,荣令魁,等. 一种基于角度传感器的 6-UPS 机构正向运动学分析方法[J]. 机器人,2020,42(5):550-556.

[9] 李佳霖,李疆. 基于角度传感器的 3-RSR 并联机构位置分析[J]. 制造业自动化,2023,45(3):139-143,156.

[10] 王康,司鹏,陈莉,等. 基于改进沙猫群算法的无人机三维航迹规划[J]. 兵工学报,2023,44(11):3382-3393.

[11] 朱菊香,张诗云,张涛,等. 基于二次分解和改进沙猫群优化算法的空气质量预测[J]. 国外电子测量技术,2024,43(5):190-200..

[12] SEYYEDABBASI A,KIANI F. Sand sat swarm optimization;a nature-inspired algorithm to solve global optimization problems[J]. Engineering with Computers,2023,39(4):2627-2651.

[13] WU D,RAO H H,WEN C S,et al. Modified sand cat swarm optimization algorithm for solving constrained engineering optimization problems[J]. Mathematics,2022,10(22):4350.

[14] 李荣雨,王颖. 基于莱维飞行的改进粒子群算法[J]. 系统仿真学报,2017,29(8):1685-1691,1701

[15] 张严,秦亮曦. 基于 Levy 飞行策略的改进樽海鞘群算法[J]. 计算机科学,2020,47(7):154-160.

[16] 崔鸣,靳其兵. 基于 Levy 飞行策略的灰狼优化算法[J]. 计算机与数字工程,2022,50(5):948-952,958.

[17] 周鹏,董朝轶,陈晓艳,等. 基于 Tent 混沌和透镜成像学习策略的平衡优化器算法[J]. 控制与决策,2023,38(6):1569-1576.

[18] 贾鹤鸣,陈丽珍,力尚龙,等. 透镜成像反向学习的精英池侏儒猫鼬优化算法[J]. 计算机工程与应用,2023,59(24):131-139.

[19] 李磊. 六自由度并联平台位置正解及控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2008.

(责任编辑:方素华)