

移动荷载作用下跨越空洞加筋道路动力响应分析

黄志斌

(中铁二十四局集团福建铁路建设有限公司, 福建 福州 350013)

摘要: 为研究跨越空洞加筋道路系统的动力特性, 将加筋道路系统视为跨越空洞的双层地基梁, 推导出移动荷载作用下加筋道路系统动力响应解析解。通过与既有理论模型计算结果对比, 验证所推导计算式的正确性。并探讨了空洞宽度、路面板抗弯刚度、加筋垫层抗弯刚度、回填土及路基弹性系数对加筋道路系统动力响应的影响。分析表明: 加筋道路底部空洞宽度、路面板抗弯刚度以及路基弹性系数对移动荷载作用下加筋道路系统振动响应的影响较大, 并且对加筋垫层中点振动位移的影响比对路面板的影响更显著。加筋垫层抗弯刚度对其自身中点振动位移影响较大, 但对路面板中点振动位移的影响较小。而回填土弹性系数对路面板中点的振动位移影响较大, 但对加筋垫层中点的振动位移影响较小。

关键词: 加筋路基; 空洞; 动力响应; 双层梁模型; 解析方法

中图分类号: O327

文献标志码: A

文章编号: 2097-3853(2024)03-0219-06

Dynamic response analysis of a geosynthetic-reinforced embankment overlying voids under traffic loads

HUANG Zhibin

(Fujian Railway Construction Co., Ltd., China Railway 24th Bureau Group, Fuzhou 350013, China)

Abstract: To study the dynamic characteristics of a geosynthetic-reinforced embankment overlying voids, the geosynthetic-reinforced system was simplified as a double-layer foundation beam overlying voids, and the corresponding analytical solutions were derived for the dynamic responses of the reinforced system under moving loads. The proposed solutions were verified by comparing with the calculation results of the existing theoretical model. The effects of model parameters on the dynamic response of the reinforced system were discussed, including the void length, the bending stiffness of the pavement slab and that of the reinforced cushion, and the elastic coefficient of the embankment fill and that of the foundation soil. Analyses show that the width of voids underlying the reinforced system, the bending stiffness of the pavement slab and the elastic coefficient of the foundation soil have significant impacts on the vibration response of the reinforced system under moving loads, and the impact on the vibration displacement of the midpoint of the reinforced cushion is more significant than that on the pavement slab. The bending stiffness of the reinforced cushion has a significant impact on its own midpoint vibration displacement, but has a relatively small impact on the midpoint vibration displacement of the pavement slab. On the contrary, the elastic coefficient of the embankment fill has a larger vibration displacement at the midpoint of the pavement slab, but a smaller vibration displacement at the midpoint of the reinforced cushion.

Keywords: geosynthetic-reinforced embankment; voids; dynamic response; double-layer beam model; analytical method

随着公路建设的大规模发展,道路等构筑物不可避免地会建在溶(土)洞区上方,为有效地减小路面沉降和提高路基稳定安全系数,通常在路堤底部铺设土工合成材料,采用加筋路基的方式跨越岩溶洞地区^[1-2]。车辆荷载作用下道路路面层和加筋层的力学响应及其相互作用机理非常复杂,并对加筋路基系统的承载力、变形及稳定性等均会产生一定的影响。为此,开展移动荷载下跨越空洞加筋道路的动力特性研究具有重要意义。

张玲等^[3]推导移动荷载作用下加筋道路体系动力响应解析解,郑俊杰等^[4]推导移动荷载作用下桩承式加筋道路体系动力响应解析解。方吴等^[5]将加筋低路堤视为层状各向同性弹性体,采用 Goodman 模型模拟筋材层与路堤填土层以及地基土层间非完全连续条件,提出移动荷载作用下加筋低路堤动力响应的控制方程及其数值解。WU 等^[6-7]推导出运动简谐荷载作用下两端简支的 Winkler 地基双层梁的级数解。HUSSEIN 等^[8]推导出了运动荷载作用下无限长双层梁的解析解。ABU-HILAL 等^[9]给出移动荷载作用下双层欧拉-伯努利梁的动态挠度的解析解。JIANG 等^[10]提出了一种计算单个移动质量作用下双层简支梁动力响应的简便方法。周旺保等^[11-12]研究了单个移动荷载作用下三层弹性地基梁系统的动力响应及阻尼对梁动力响应的影响。

综上,移动荷载作用下加筋道路体系(双层梁系统)动力响应研究较多,但很少考虑下伏空洞的影响。为此,本文将在双层地基梁模型理论基础上,推导出移动荷载作用下跨越空洞的加筋道路系统动力响应解析解,并探讨空洞宽度、地基弹性系数及地基梁抗弯刚度等参数对地基梁动力响应的影响。

1 问题描述及控制方程

移动荷载作用下跨越空洞加筋道路系统力学模型如图 1 所示。为简化分析,假定空洞为长条状沟渠型,且位于道路正下方。沿垂直道路纵向取单位宽度的结构进行分析,以左端点为坐标原点,并以水平方向为 x 轴,建立坐标系 xow 。空洞宽度为 $2s$,路面板长 $2L$ 。移动荷载记为 $F(x, t)$,其大小和宽度分别为 p 和 l ,以速度 v 从左端往右端移动, t 为运动时间。

作如下基本假设:

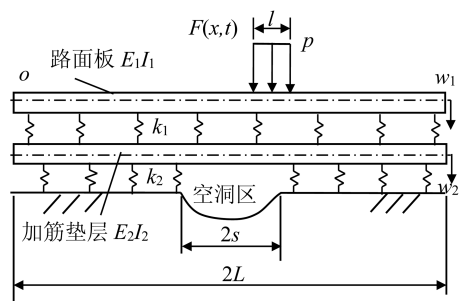


图 1 加筋道路力学计算模型示意图

Fig.1 Mechanical calculation model for geosynthetic-reinforced embankment

- (1) 路面结构的总长度远大于其厚度,简化为上层 Euler-Bernoulli 梁,其抗弯刚度为 E_1I_1 ;
- (2) 土工加筋材料垫层为复合梁,简化为下层 Euler-Bernoulli 梁,其抗弯刚度为 E_2I_2 ;
- (3) 路面板和下层加筋垫层两端均可自由变形;
- (4) 采用 Kelvin 基模型模拟路堤填土和地基土的作用,地基土的竖向反力系数和阻尼系数分别为 k_1 和 c_1 ,路基的竖向反力系数和阻尼系数为 k_2 和 c_2 ;
- (5) 不考虑空洞区对方加筋垫层的支承作用。

根据 Kelvin 地基模型理论,回填土对路面板的作用力 $q_1(x, t)$ 为:

$$q_1(x, t) = k_1 \cdot [w_1(x, t) - w_2(x, t)] + c_1 \cdot \left[\frac{\partial w_1(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial t} \right] \quad (1)$$

式中, $w_1(x, t)$ 、 $w_2(x, t)$ 分别为路面板和加筋垫层的竖向振动位移, mm。

根据动力学理论,路面板的振动惯性力 $f_1(x, t)$ 为:

$$f_1(x, t) = m_1 \frac{\partial^2 w_1(x, t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中, m_1 为路面板的单位长度质量, kg/m。

根据路面板微分单元的力学平衡,可得:

$$E_1I_1 \frac{\partial^4 w_1(x, t)}{\partial x^4} = F(x, t) - q_1(x, t) - f_1(x, t) \quad (3)$$

将式(1)(2)代入式(3),可得路面板振动的控制方程为:

$$E_1I_1 \frac{\partial^4 w_1(x, t)}{\partial x^4} + k_1 [w_1(x, t) - w_2(x, t)] + c_1 \left[\frac{\partial w_1(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial t} \right] + m_1 \frac{\partial^2 w_1(x, t)}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (4)$$

式中, $F(x, t) = \frac{p}{2l} \cdot H_1[l^2 - (x - vt)^2]$, $H_1(x)$ 为阶跃函数; 当 l 取无穷小时, $F(x, t) = p \cdot \delta(x - vt)$, δ 为狄克拉函数。

同理, 可得加筋垫层振动的控制方程为:

$$E_2 I_2 \frac{\partial^4 w_2(x, t)}{\partial x^4} - k_1 [w_1(x, t) - w_2(x, t)] - c_1 \left[\frac{\partial w_1(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial t} \right] + k_2 \cdot H_2(x) w_2(x, t) + c_2 \cdot H_2(x) \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial t} + m_2 \frac{\partial^2 w_2(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

式中, $H_2(x)$ 为阶跃函数, $H_2(x) = \begin{cases} 1 & x \leq L-s, x \geq L+s \\ 0 & L-s \leq x \leq L+s \end{cases}$ 。

路面板和下层加筋垫层两端点位置的位移和弯矩均为 0, 同时初始振动位移和速度也为 0, 即应满足以下条件:

$$\begin{cases} w_i(0, t) = w_i(2L, t) = 0 \\ \frac{\partial^2 w_i(0, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_i(2L, t)}{\partial x^2} = 0 \\ w_i(x, 0) = \frac{\partial w_i(x, 0)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中, $i=1$ 代表上层路面板, $i=2$ 代表下层加筋垫层。

2 方程的解析方法

采用振型叠加法对式(4)(5)进行求解, 假定变换式为:

$$\begin{cases} w_1(x, t) = \sum_{n=1}^N T_{1n}(t) X_{1n}(x) \\ w_2(x, t) = \sum_{n=1}^N T_{2n}(t) X_{2n}(x) \end{cases} \quad (7)$$

式中, $T_{1n}(t)$ 、 $T_{2n}(t)$ 是第 n 阶振型的广义坐标; $X_{1n}(x)$ 、 $X_{2n}(x)$ 是第 n 阶振型的基函数; N 为振型阶数。

满足式(6)的振型基函数为正弦函数, 即:

$$X_{1n}(x) = X_{2n}(x) = \sin \frac{n\pi x}{2L} \quad (8)$$

将式(8)代入式(4)(5)后, 在式子两边均分别乘以 $X_{1n}(x)$ 、 $X_{2n}(x)$, 并在 $[0, 2L]$ 区间进行积分计算。根据三角函数的正交性, 可得:

$$m_1 \frac{d^2 T_{1n}(t)}{dt^2} + c_1 \frac{dT_{1n}(t)}{dt} - c_1 \frac{dT_{2n}(t)}{dt} +$$

$$\left[E_1 I_1 \left(\frac{n\pi}{2L} \right)^4 + k_1 \right] T_{1n}(t) - k_1 \cdot T_{2n}(t) = \frac{1}{L} \int_0^{2L} F(x, t) \sin \frac{n\pi x}{2L} dx \quad (9)$$

$$m_2 \frac{d^2 T_{2n}(t)}{dt^2} - c_1 \frac{dT_{1n}(t)}{dt} + c_1 \frac{dT_{2n}(t)}{dt} + \frac{1}{L} c_2 \sum_{m=1}^N \left[g_{mn}(x) \frac{dT_{2n}(t)}{dt} \right] + \frac{1}{L} k_2 \sum_{m=1}^N [g_{mn}(x) T_{2n}(t)] + \left[E_2 I_2 \left(\frac{n\pi}{2L} \right)^4 + k_1 \right] T_{2n}(t) - k_1 \cdot T_{1n}(t) = 0 \quad (10)$$

式中, $g_{mn}(x) = \int_0^{2L} H_2(x) \sin \frac{m\pi x}{2L} \sin \frac{n\pi x}{2L} dx$ 。

式(9)(10)即为关于时间 $T_{1n}(t)$ 、 $T_{2n}(t)$ 的移动荷载作用下跨越空洞的加筋道路系统动力响应方程组。取前 N 为振型, 写成矩阵形式为:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{T}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (11)$$

式中, \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{T}(t)$ 和 $\mathbf{F}(t)$ 分别为广义坐标和荷载向量; $\dot{\mathbf{T}}(t)$ 、 $\ddot{\mathbf{T}}(t)$ 分别为 $\mathbf{T}(t)$ 对时间的一阶、二阶导数。

根据多自由度结构振动理论, 可得:

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{\Gamma} \mathbf{q}(t) \quad (12)$$

式中, $\mathbf{q}(t)$ 为模态坐标系下的广义坐标向量; $\mathbf{\Gamma}$ 为刚度矩阵 \mathbf{K} 相对于质量矩阵 \mathbf{M} 的广义特征向量对应的模态矩阵, 记为

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \cdots & \varphi_{1,2N} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \cdots & \varphi_{2,2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{2N,1} & \varphi_{2N,2} & \cdots & \varphi_{2N,2N} \end{bmatrix} \quad (13)$$

将式(12)代入式(11), 再在式子两边均左乘以向量 $\mathbf{\Gamma}^T$ 。根据振型的正交性, 可得:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \varphi_n^T F_n(t) \quad (14)$$

式中, $\zeta_n = \frac{c_n}{m_n \omega_n}$, $c_n = \varphi_n^T \mathbf{C} \varphi_n$, $\varphi_n = [\varphi_{1,n} \quad \varphi_{2,n} \quad \cdots$

$$\varphi_{2N,n}]$$
; $\omega_n^2 = \frac{k_n}{m_n}$, $m_n = \varphi_n^T \mathbf{M} \varphi_n$, $k_n = \varphi_n^T \mathbf{K} \varphi_n$ 。

求解式(14), 并结合初始条件, 可得:

$$q_n(t) = \frac{1}{\omega_{Dn}} \int_0^t \varphi_n^T F_n(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n(t-\tau)} \sin[\omega_{Dn}(t-\tau)] d\tau \quad (15)$$

式中, $\omega_{Dn} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}$ 。

将式(12)(15)代入式(7), 可得移动荷载作

用下跨越空洞加筋道路系统的振动位移:

$$\begin{cases} w_1(x,t) = \sum_{n=1}^N \left[\varphi_n q(t) \sin \frac{n\pi x}{2L} \right] \\ w_2(x,t) = \sum_{n=N}^{2N} \left[\varphi_n q(t) \sin \frac{n\pi x}{2L} \right] \end{cases} \quad (16)$$

3 退化验证及分析

Hussein 和 Hunt^[8]采用理论方法对移动集中荷载作用下板式轨道的动力进行了分析,其力学分析模型如图 2 所示。计算参数具体为: $E_1 I_1 = 1 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, $m_1 = 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$, $k_1 = 4 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$, $c_1 = 6.3 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$; $E_2 I_2 = 1.43 \times 10^9 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, $m_2 = 3\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$, $k_2 = 5 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$, $c_2 = 41.8 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ 。为验证本文方法的正确性,采用本文方法(底部空洞宽度 $s = 0 \text{ m}$)分析上层地基梁中点振动位移最大值随单位集中荷载移动速度的变化,本文计算结果与文献的数值对比如图 3 所示,从图中可看出,两者吻合程度较高。

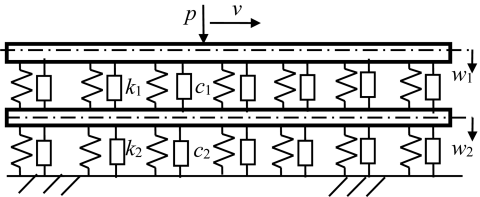


图 2 文献[8]中双层梁力学模型

Fig.2 Mechanical model of double-layer beam in Reference [8]

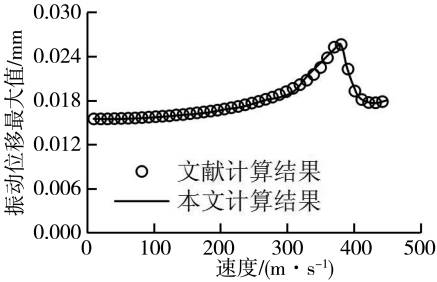


图 3 本文计算结果与文献[8]数据对比

Fig.3 Comparisons of calculation results in this study and data from Reference[8]

4 参数分析

采用本文方法对移动荷载作用下跨越空洞区加筋道路系统动力响应进行参数分析,算例中计算参数按文献[3]取值: $E_1 I_1 = 1.52 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, $m_1 = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$, $k_1 = 10 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$, $c_1 = 10.1$

$\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$; $E_2 I_2 = 1.35 \times 10^2 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, $m_2 = 540 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$, $k_2 = 6 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$, $c_2 = 5.2 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$; $p = 100 \text{ kN}$, $v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

4.1 空洞宽度的影响

分别计算不同空洞宽度 (0、0.25、0.50、0.75 和 1.0 m) 下加筋道路系统的动力响应,其中道路中点振动位移的最大值与孔洞宽度的关系如图 4 所示。由图可知:随着道路下方空洞宽度的增大,道路中点的振动位移最大值均逐渐增大。当孔洞宽度从 0 增大到 1.0 m 时,路面板的振动位移最大值从 15.3 增大至 25.1 mm,加筋垫层的振动位移最大值从 10.3 增大至 23.6 mm,分别增大了 64% 和 130%。由此可见,空洞宽度对加筋道路系统振动响应的影响较大,并且对加筋垫层中点振动位移的影响比对路面板中点振动位移的影响更显著。

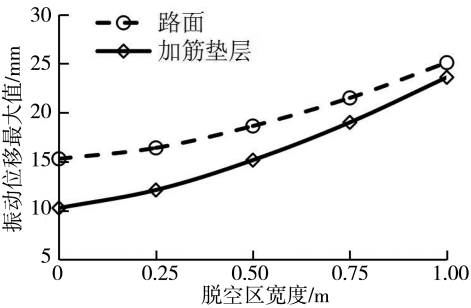


图 4 空洞宽度对道路中点振动位移最大值的影响

Fig.4 Impact of void width on maximum vibration displacement at midpoint of road

4.2 路面板抗弯刚度的影响

改变路面板抗弯刚度 ($0.25 E_1 I_1$ 、 $0.50 E_1 I_1$ 、 $1.0 E_1 I_1$ 、 $2.0 E_1 I_1$ 和 $4.0 E_1 I_1$),分别计算移动荷载作用下加筋道路系统动力响应(空洞宽度为 0.5 m,下同),其中道路中点振动位移的最大值与路面板抗弯刚度的关系如图 5 所示。由图可知:随着路面板抗弯刚度的增大,路面板及加筋垫层中点的振动位移最大值均逐渐减小。当路面板抗弯刚度从 $1.0 E_1 I_1$ 增大至 $4.0 E_1 I_1$ 时,路面板中点振动位移最大值从 18.6 mm 减至 11.2 mm,加筋垫层中点的振动位移最大值从 15.2 mm 减至 9.13 mm,均减小了约 40%。分析表明,路面板抗弯刚度对加筋路基系统中点振动位移的影响较为显著。

4.3 加筋垫层抗弯刚度的影响

改变加筋垫层的抗弯刚度 ($0.25 E_2 I_2$ 、 0.50

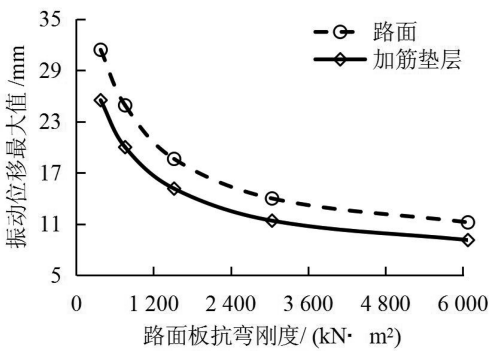


图 5 路面板抗弯刚度对道路中点振动位移最大值的影响

Fig.5 Impact of bending stiffness of pavement slab on maximum vibration displacement at midpoint of road

$E_2I_2, 1.0 E_2I_2, 2.0 E_2I_2, 4.0 E_2I_2$), 依次计算移动荷载作用下加筋道路系统动力响应, 其中道路中点振动位移的最大值与加筋垫层抗弯刚度关系如图 6 所示。由图 6 可知: 随着加筋垫层抗弯刚度的增大, 道路中点的振动位移最大值均逐渐减小。当加筋垫层抗弯刚度从 $0.25 E_2I_2$ 增大至 $1.0 E_2I_2$ 时, 路面板中点振动位移最大值从 19.0 mm 减至 18.6 mm, 加筋垫层中点的振动位移最大值从 16.7 mm 减至 15.2 mm, 分别减小了 2% 和 10%; 当加筋垫层抗弯刚度继续增大至 $4.0 E_2I_2$, 路面板中点振动位移的最大值减小了 6%, 而加筋垫层振动位移的最大值减小了 15%。分析表明, 增大加筋垫层抗弯刚度能有效减小加筋垫层中点最大振动位移, 但对减小路面板中点最大振动位移的影响效果较小。

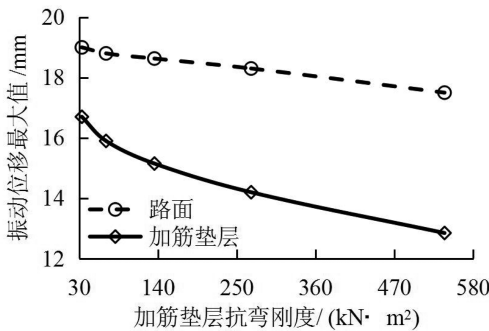


图 6 加筋垫层抗弯刚度对道路中点振动位移最大值的影响

Fig.6 Impact of bending stiffness of pavement slab on maximum vibration displacement at midpoint of road

4.4 回填土弹性系数的影响

改变回填土弹性系数($0.25 k_1, 0.5 k_1, 1.0 k_1, 2.0 k_1, 4.0 k_1$), 依次计算移动荷载作用下加筋道路系统动力响应, 其中道路中点振动位移的最大值与回填土弹性系数关系如图 7 所示。由图可

知: 回填土弹性系数对加筋垫层振动位移的影响很小, 但对路面板振动位移的影响较大。当回填土弹性系数从 $1.0 k_1$ 增大到 $4.0 k_1$ 时, 路面板中点振动位移的最大值从 18.3 mm 减至 15.3 mm, 减小了 17.7%; 而加筋垫层中点的振动位移的最大值从 15.2 mm 减小至 14.6 mm, 变化幅度较小。为此, 在实际工程中可通过适当增加回填土压实度来减小路面板的振动位移。

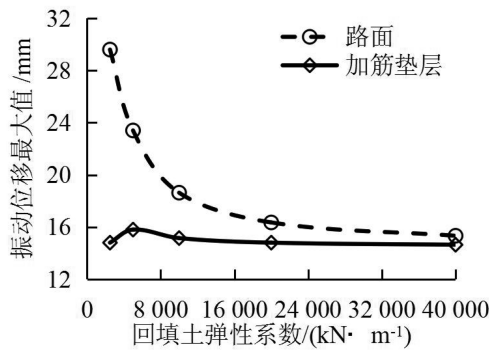


图 7 回填土弹性系数对道路中点振动位移最大值的影响

Fig.7 Impact of elastic coefficient of embankment fill on maximum vibration displacement at midpoint of road

4.5 路基弹性系数的影响

改变路基弹性系数($0.25 k_2, 0.5 k_2, 1.0 k_2, 2.0 k_2, 4.0 k_2$), 依次计算移动荷载作用下, 加筋道路系统的动力响应, 其中道路中点的振动位移最大值与路基弹性系数倍数的关系如图 8 所示。

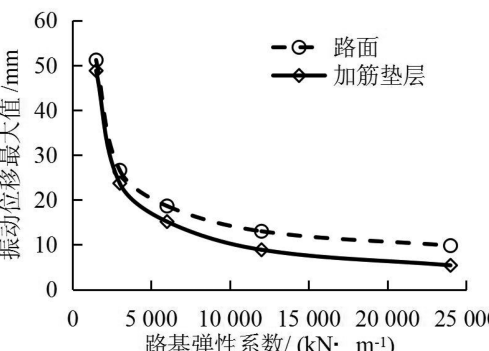


图 8 路基弹性系数对道路中点振动位移最大值的影响

Fig.8 Impact of elastic coefficient of foundation soil on maximum vibration displacement at midpoint of road

随着路基弹性系数倍数的增大, 道路中点振动位移最大值均逐渐减小。当路基弹性系数从 $0.25 k_2$ 增大为 $1.0 k_2$ 时, 路面板中点振动位移的最大值从 51.2 mm 减小至 18.6 mm, 加筋垫层中

点振动位移的最大值从 48.8 mm 减小为 15.2 mm,分别减小了 64% 和 69%。当路基弹性系数继续增大为 $4.0 k_2$ 时,路面板中点振动位移的最大值减小至 9.8 mm,加筋垫层中点振动位移的最大值减小至 5.4 mm,分别减小了 48% 和 64%。分析表明,增大路基弹性系数可以显著减小加筋道路系统中点振动位移,在实际工程中可通过加固路基来控制加筋道路振动响应。

5 结论

1) 提出跨越空洞加筋道路系统动力计算模型及其控制方程,采用振型叠加法推导移动荷载作用下跨越空洞加筋道路系统动力响应的计算式,并分析了空洞宽度、路面板抗弯刚度、加筋垫

层抗弯刚度、回填土弹性系数以及路基弹性系数对加筋道路中点振动位移最大值的影响规律。

2) 加筋道路底部空洞宽度、路面板抗弯刚度以及路基弹性系数对加筋道路系统动力响应有较大的影响,并且对加筋垫层中点振动位移的影响比对路面板的影响更显著。加筋垫层抗弯刚度对其自身中点振动位移影响较大,但对路面板中点振动位移的影响较小;回填土弹性系数对路面板中点的振动位移较大,但对加筋垫层中点的振动位移较小。

3) 从减小加筋道路体系的动力响应角度分析,增大路面板抗弯刚度比增强加筋垫层更有效,加固路基弹性系数比压实回填土密实度效果更显著。

参考文献:

- [1] 陈福全,赖丰文,李大勇. 受空洞坍塌影响的加筋路基研究综述[J]. 岩土力学,2018,39(9):3362-3376.
- [2] 朱斌,陈若曦,陈云敏,等. 抗沟渠型空洞水平加筋体的作用机理及设计方法[J]. 中国公路学报,2009,22(1):11-16.
- [3] ZHANG L,OU Q,ZHOU S. Analytical study of the dynamic response of a double-beam model for a geosynthetic-reinforced embankment under traffic loads[J]. Computers and Geotechnics,2020,118:103330.
- [4] HOU R Y,ZHENG J J,FANG H,et al. An analytical model for dynamic response of geosynthetic reinforced embankment system under traffic load[J]. Computers and Geotechnics,2022,142:104555.
- [5] 方昊,郑俊杰,刘洋,等. 变速荷载作用下加筋低路堤动力响应分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,2022,54(8):70-79.
- [6] WU Y X,GAO Y F. Analytical solutions for simply supported viscously damped double-beam system under moving harmonic loads[J]. Journal of Engineering Mechanics,2015,141(7):04015004.
- [7] WU Y X,GAO Y F. Dynamic response of a simply supported viscously damped double-beam system under the moving oscillator[J]. Journal of Sound and Vibration,2016,384:194-209.
- [8] HUSSEIN M F M,HUNT H E M. Modelling of floating-slab tracks with continuous slabs under oscillating moving loads[J]. Journal of Sound and Vibration,2006,297(1-2):37-54.
- [9] ABU-HILAL M. Dynamic response of a double Euler - Bernoulli beam due to a moving constant load[J]. Journal of Sound and Vibration,2006,297(3/4/5):477-491.
- [10] JIANG L Z,CHAI X L,TAN Z H,et al. Dynamic analyses of a simply supported double-beam system subject to a moving mass with Fourier transform technique[J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences,2019,121(1):291-314.
- [11] FENG Y L,JIANG L Z,ZHOU W B. Dynamic response of a three-beam system with intermediate elastic connections under a moving load/mass-spring[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2020,19(2):377-395.
- [12] 周旺保,吴凌旭,张云泰,等. 移动荷载列作用下多层梁系统的动力响应分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2021,49(5):62-66.

(责任编辑:陈雯)