

# 改进沙猫群优化算法的机器人路径规划

贾鹤鸣<sup>1</sup>, 李永超<sup>1</sup>, 游进华<sup>1</sup>, 李政邦<sup>2</sup>, 饶洪华<sup>1</sup>, 文昌盛<sup>1</sup>

(1. 三明学院 信息工程学院, 福建 三明 365004;

2. 福建工程学院 计算机科学与数学学院, 福建 福州 350118)

**摘要:** 为了寻找更优的机器人移动路径, 将沙猫群优化算法与三次样条插值方法进行融合, 对沙猫群优化算法进行改进。在改进的沙猫群优化算法中, 利用混沌映射的均匀性初始化种群以提高种群多样性; 通过融合互利共生和莱维飞行策略减少局部最优解的消极影响, 提高算法的收敛速度和精度。通过两种仿真实验对比6种优化算法的实验数据, 结果表明, 改进的沙猫群优化算法的最优解、最差解和平均解都优于对比算法, 验证了改进沙猫群优化算法对于解决移动机器人路径规划问题的有效性和工程实用性。

**关键词:** 机器人路径规划; 沙猫群优化算法; 三次样条插值; 混沌映射; 互利共生; 莱维飞行

**中图分类号:** TP18

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-4348(2023)01-0072-06

## Robot path planning based on improved sand cat swarm optimization algorithm

JIA Heming<sup>1</sup>, LI Yongchao<sup>1</sup>, YOU Jinhua<sup>1</sup>, LI Zhengbang<sup>2</sup>, RAO Honghua<sup>1</sup>, WEN Changsheng<sup>1</sup>

(1. Department of Information Engineering, Sanming University, Sanming 365004, China;

2. School of Computer Science and Mathematics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** In order to find a better robot moving path, the sand cat swarm optimization algorithm was combined with the cubic spline interpolation method to improve the sand cat swarm optimization algorithm. In the improved sand cat swarm optimization algorithm, the uniformity of chaotic mapping was used to initialize the population to improve the population diversity. Secondly, by integrating mutualism and introducing Levy flight strategy, the negative impact of local optimal solution was reduced and the convergence speed and accuracy of the algorithm were improved. In two simulation experiments, the experimental data of the six optimization algorithms were compared. Results show that the optimal solution, the worst solution and the average solution of the improved sand cat swarm optimization algorithm were all better than those of the comparison algorithm, which verifies the effectiveness and engineering practicability of the improved sand cat swarm optimization algorithm for solving the path planning problem of mobile robots.

**Keywords:** robot path planning; sand cat swarm optimization algorithm; cubic spline interpolation; chaotic mapping; mutual symbiosis; Levy flight

路径规划是移动机器人研究的一大技术难题, 优秀的路径规划技术能够减少移动机器人的成本、提高效率以及安全性能<sup>[1]</sup>。国内外就移动机器人的路径规划问题开展了诸多研究, 提出了自由空间法<sup>[2]</sup>、强化学习方法<sup>[3]</sup>、深度学习方

法<sup>[4]</sup>和人工势场法<sup>[5]</sup>等方法。但是, 当空间里的障碍物数量过多时, 自由空间法的复杂度也会过高; 在计算复杂障碍空间时, 强化学习方法无法在数据量较小的情况下进行高效的路径规划; 人工势场法会出现目标不可达的问题; 障碍空间不完

收稿日期: 2022-12-06

基金项目: 福建省自然科学基金面上项目(2021J011128)

第一作者简介: 贾鹤鸣(1983—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士, 研究方向: 群体智能优化算法及工程应用。

全可见或者不稳定时,深度学习方法也不能很好地解决。群体智能算法在求解复杂空间时具有独特的优势,如教与学优化算法<sup>[6]</sup>、蚁群优化算法<sup>[7]</sup>、人工蜂群优化算法<sup>[8]</sup>等。但是,未经优化改进的算法容易产生经过障碍物的无效路径,且容易陷入局部最优等缺点。因此,寻找收敛速度更快、路线更好的改进群体智能算法是学者们共同的研究方向。

2022 年 Amir Seyyedabbasi 提出一种模拟沙猫捕食的群体智能算法——沙猫群优化算法<sup>[11]</sup> (sand cat swarm optimization, SCSO)。SCSO 作为最近提出的群体智能优化算法,有着优于传统算法的优化性能,但是容易被局部最优点干扰,导致算法易陷入局部最优,无法找到全局最优解。当遇到的障碍物较为复杂时,使用圆弧<sup>[9]</sup>或直线<sup>[10]</sup>进行分段式产生的移动路线折点较多,在平滑性和连续性上效果一般。而使用三次样条插值拟合出的动态路径更加平滑,可以保证机器人具有更好的应急机动性能。

本研究将沙猫群优化算法进行改进,并与三次样条插值方法进行融合,提高算法的收敛速度和精度,更加有效解决机器人路径规划问题。

## 1 沙猫群智能优化算法

沙猫群智能优化算法的灵感来源于沙猫对于低频噪声的检测能力,沙猫无论在地面上还是在地面下,都能凭借它独特的能力来找到猎物。

### 1.1 搜索猎物

控制探索与开发阶段过渡的最终参数和主要参数是  $\vec{R}$ , 当  $|R| > 1$  时,沙猫对进行猎物搜索。沙猫对猎物的搜索依赖于低频噪声的释放,假设沙猫的灵敏度范围  $\vec{r}_c$  从 0 到 2 kHz。  $s_M$  值的灵感来自沙猫的听觉特征,假设其值为 2。  $\text{iter}_c$  为当前迭代,  $\text{iter}_{\max}$  为最大迭代,  $\vec{r}$  显示了每只猫的敏感范围。  $\vec{r}$  用于勘探或开发阶段的操作,  $\text{rand}(0, 1)$  表示 0 到 1 的随机数。

$$\vec{r}_c = s_M \frac{s_M \times \text{iter}_c}{\text{iter}_{\max}}, \quad (1)$$

$$\vec{R} = 2 \times \vec{r}_c \times \text{rand}(0, 1) - \vec{r}_c \quad (2)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_c \times \text{rand}(0, 1) \quad (3)$$

每只沙猫根据最佳候选位置 ( $\vec{\text{Pos}}_{bc}$ ) 和当前

位置 ( $\vec{\text{Pos}}_c$ ) 及其灵敏度范围 ( $\vec{r}$ ) 更新自己的位置。因此,沙猫能够找到其他可能的最佳猎物位置。

$$\vec{\text{Pos}}(t+1) = \vec{r} \cdot (\vec{\text{Pos}}_{bc}(t) - \text{rand}(0, 1) \cdot \vec{\text{Pos}}_c(t)) \quad (4)$$

### 1.2 攻击猎物

当  $|R| \leq 1$  时,沙猫进行攻击猎物。首先,利用最佳位置  $\vec{\text{Pos}}_{bc}$  与当前位置  $\vec{\text{Pos}}_c$  来生成一个随机位置  $\vec{\text{Pos}}_{\text{rnd}}$ 。假设沙猫的灵敏度范围是一个圆,利用轮盘赌法给每只沙猫随机选择一个角度  $\theta$ ,最后通过公式 (6) 实现攻击猎物。其中,随机位置能够保证沙猫向猎物靠近,随机角度有助于算法跳出局部最优。

$$\vec{\text{Pos}}_{\text{rnd}} = |\text{rand}(0, 1) \cdot \vec{\text{Pos}}_b(t) - \vec{\text{Pos}}_c(t)| \quad (5)$$

$$\vec{\text{Pos}}(t+1) = \vec{\text{Pos}}_b(t) - \vec{r} \cdot \vec{\text{Pos}}_{\text{rnd}} \cdot \cos(\theta) \quad (6)$$

## 2 改良的沙猫群智能优化算法

沙猫群优化算法在计算过程中也存在着探索和开发之间的矛盾。种群在初始化时候的分布情况决定了算法的收敛精度与速度。为了使沙猫种群在搜索空间均匀分布,本研究引入了混沌映射来提高种群初始化的分布多样性,引入互利共生策略和莱维飞行策略,加强个体与最优个体之间的信息交流,扩大开采的周密性,提高算法的寻优精度和速度。

### 2.1 混沌映射初始化

混沌映射<sup>[12]</sup>具有良好的随机性、规律性和遍历性,不但能使得种群具有良好的多样性,也能使得算法在全局搜索能力、收敛速度、收敛精度上都有所提高。改进公式如下:

$$C_{k+1} = \begin{cases} C_k/a, & 0 \leq C_k \leq a \\ (1-C_k)/(1-a), & a \leq C_k \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

$$\vec{\text{Pos}}_{id} = lb + (ub - lb) \times C_{id} \quad (8)$$

式中,  $a$  一般取 0.4;  $\vec{\text{Pos}}_{id}$  表示第  $i$  只沙猫的第  $d$  维的位置;  $ub$  和  $lb$  表示种群的搜索范围;  $C_{id}$  表示由式 (7) 产生的混沌序列。

### 2.2 引入互利共生策略

沙猫群优化算法在攻击猎物时,会通过轮盘赌法随机选择角度来靠近猎物进行攻击。但这样的攻击方式随机性较大,也易于陷入局部最优,互利共生策略<sup>[12]</sup>通过加强个体与最优个体的信息交流,可以消除沙猫攻击猎物时的消极影响,提高

沙猫的寻优精度和收敛速度。改进公式如下:

$$\vec{Pos}_{new} = \vec{Pos}_{bc} + (\vec{Pos}_{bc} - bf \times R_{MV}) \quad (9)$$

$$R_{MV} = (\vec{Pos}_{bc} + \vec{Pos}_{rnd}) / 2 \quad (10)$$

式中,  $\vec{Pos}_{new}$  为更新后的位置;  $\vec{Pos}_{bc}$  为最优个体的位置;  $\vec{Pos}_{rnd}$  为随机个体的位置;  $bf$  表示利益因子, 随机选择 1 或 2, 表示可能部分受益或全部受益;  $R_{MV}$  表示最优个体与随机个体的信息交流。

### 2.3 引入莱维飞行策略

沙猫群优化算法在搜索猎物 and 攻击猎物时, 都是通过随机角度进行的, 导致算法会遗漏部分较优的解, 降低收敛精度。为了增强搜索的周密性, 消除局部最优解的消极影响, 本算法引入莱维飞行策略<sup>[13]</sup>, 既加强了算法的局部搜索能力, 又能保证算法在全局搜索时具有良好的周密性。改进公式如下:

$$\vec{Pos}_{new} = \vec{Pos}_{bc} + |\vec{Pos}_{bc} - \vec{Pos}_{Levy}| \cos(2\pi l) \quad (11)$$

$$\vec{Pos}_{Levy} = \frac{\mu}{|\alpha|^{\frac{1}{\beta}}} (\vec{Pos}_{rnd} - \vec{Pos}_{bc}) \quad (12)$$

$$\sigma_{\mu} = \left\{ \frac{\Gamma(1+\beta) \sin\left(\frac{\pi\beta}{2}\right)}{\Gamma\left[\frac{(1+\beta)}{2}\right] \beta \cdot 2^{\frac{\beta-1}{2}}} \right\} \quad (13)$$

式中,  $\vec{Pos}_{new}$  为更新后的个体位置;  $\vec{Pos}_{bc}$  表示最优个体的位置;  $\vec{Pos}_{Levy}$  表示莱维飞行位置;  $l$  是  $(0, 1)$  的随机数;  $\vec{Pos}_{rnd}$  表示随机个体的位置;  $\mu$  是服从  $\mu \sim N(0, \sigma_{\mu}^2)$  的随机数, 其中  $\Gamma$  为伽马函数,  $\beta$  为  $(0, 2)$  的随机数。

## 3 基于三次样条插值的路径规划

采用三次样条插值的方法可以保证机器人在面临紧急情况时具有更好的动力学特性, 优越于用直线与圆弧拟合机器人路径。

### 3.1 三次样条插值

在区间  $[a, b]$  上取  $n+1$  个结点, 并假设  $a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ , 假如  $s(x)$  满足:  $s(x) \in C^2[a, b]$ ;  $s(x_i) = f_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ;  $[x_i, x_{i+1}]$  代表一个三次多项式。

三次样条插值函数是一个分段式的三次多项式, 在所有的区间  $[x_i, x_{i+1}]$  上都可以写成:  $s(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ , 其中  $a_i, b_i, c_i, d_i$  为待定系数, 因此  $s(x)$  共有  $4n$  个需要确定的

系数。为了求得  $s(x)$ , 需要有对应的  $4n$  个条件。由  $s(x_i) = f_i (i = 1, 2, \dots, n)$  可得  $n+1$  个插值条件。由  $s(x) \in C^2[a, b]$  可知,  $s(x)$  在区间  $[a, b]$  上是二阶连续可导, 那么  $s_{-}''(x_i) = s_{+}''(x_i), i = 1, 2, \dots, n-1$ , 这里可以得到  $n-1$  个条件。进一步的,  $s(x)$  在区间  $[a, b]$  上也是一阶连续可导且连续的, 那么:

$$s_{-}'(x_i) = s_{+}'(x_i), i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$s_{-}(x_i) = s_{+}(x_i), i = 1, 2, \dots, n-1。$$

因此有  $2(n-1)$  个条件。另外再加上两个边界条件就得到  $4n$  个条件, 即可确定  $s(x)$ 。

### 3.2 编码

在三次样条插值方法中每两段间的交接点称为路径节点, 路径节点代表路径的转向次数。以一条路径上的结点代表一只沙猫, 即沙猫的位置为节点的位置。假设  $m$  个路径结点的坐标为  $(x_{m1}, y_{m1}), (x_{m2}, y_{m2}), \dots, (x_{mm}, y_{mm})$ , 起点坐标  $(x_s, y_s)$  和终点坐标  $(x_t, y_t)$ 。那么, 在区间  $(x_s, x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mm}, x_t)$  和  $(y_s, y_{m1}, y_{m2}, \dots, y_{mm}, y_t)$  上, 利用三次样条插值方法可以得到  $n$  个插值点的横坐标  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  和纵坐标  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ , 由此可以得到了  $n$  个插值点。最终由路径结点、起点、终点以及插值点拟合的连线就是我们要求的机器人路径。

### 3.3 构建适应度函数

路径问题要符合以下两个约束条件: 路径不能经过障碍物; 路径长度要尽可能短。本研究以无碰撞路线的长度来构造如下的适应度函数:

$$z = L * (1 + (\text{beta} * \text{Violation})^2) \quad (14)$$

$$L = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (15)$$

其中,  $\text{beta}$  是个比较大的数, 用于惩罚通过障碍物区域的路径, 取 100;  $L$  为路径长度; 第  $i$  个插值点的位置为  $(x_i, y_i)$ ;  $\text{Violation}$  是表示路线碰撞到障碍物的一个变量, 其初始值为 0, 计算过程为:

for  $i = 1 : n_{\text{obs}}$

$$d = \sqrt{(xx - x_{\text{obs}}(i))^2 + (yy - y_{\text{obs}}(i))^2} \quad (16)$$

$$v = \max(1 - d/r_{\text{obs}}(i), 0) \quad (17)$$

$$\text{Violation} = \text{Violation} + \text{mean}(v) \quad (18)$$

end

为了提高计算难度以贴近实际场景, 将障碍物设置为 15 边形表示,  $n_{\text{obs}}$  表示障碍物个数,  $xx$  和  $yy$  表示全部插值点的坐标。  $(x_{\text{obs}}(i), y_{\text{obs}}(i))$  是

第  $i$  个障碍的中心位置,  $r_{\text{obs}}(i)$  表示第  $i$  个障碍的中心到顶点的距离, 基于式 (16) 可求得路径上所有插值点与  $i$  个障碍中心间的距离  $d$ 。通过式 (17) 判断路径是否经过第  $i$  个障碍, 若集合  $v$  中的数都是 0, 则表示路径与障碍物无碰撞。式 (18) 中  $\text{mean}(v)$  表示集合  $v$  的平均数, Violation 是  $n_{\text{obs}}$  个  $\text{mean}(v)$  的累加值, 假如路径有通过障碍物区域, 则 Violation 是一个大于 0 的数, 反之, Violation = 0。

3.4 算法流程

ISCSO 算法流程如图 1 所示。

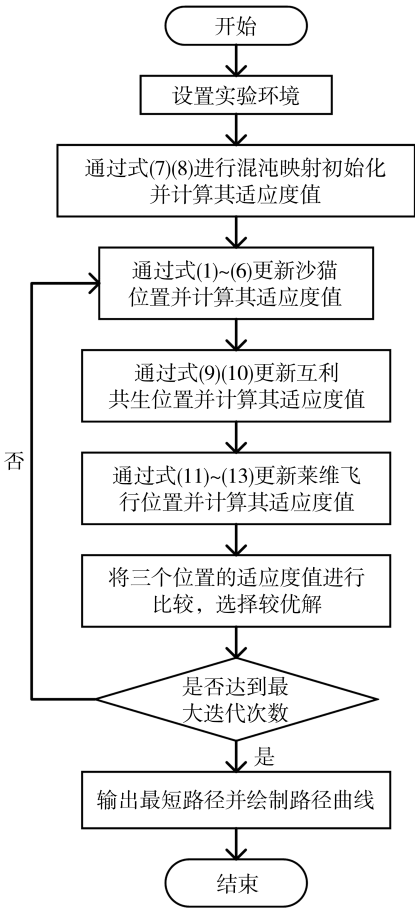


图 1 ISCSO 实现路径规划算法流程图  
Fig.1 ISCSO path planning algorithm flow chart

4 仿真实验及其分析

在确保公正客观的前提下, 将改良的沙猫群优化算法 ISCSO 与标准的沙猫群优化算法 SCSO、教与学优化算法 TLBO<sup>[14]</sup>、多元宇宙优化算法 MVO<sup>[15]</sup>、龙格-库塔优化算法 RUN<sup>[16]</sup>、算数优化算法 AOA<sup>[17]</sup> 进行仿真对比, 同时对比改进的

PTRBA<sup>[1]</sup> 和 IPSO-GOP<sup>[18]</sup> 算法, 验证 ISCSO 的寻优性能。

4.1 实验参数设定

为了确保算法对比的公正, 对 ISCSO 算法、SCSO 算法、TLBO 算法、MVO 算法、RUN 算法、AOA、PTRBA、IPSO-GOP 都是在相同的设备进行实验, 运行环境是 windows 11, 编程环境为 MATLAB R2020b。实验中, 6 种算法的种群个数为 20, 最大迭代次数为 500, 以及相同的障碍物、起点、终点。算法参数设定如表 1。

表 1 算法参数表  
Tab.1 Algorithm parameter table

算法	参数
SCSO	$\vec{r}_c = 2$
ISCSO	$\vec{r}_c = 2; a = 0.4$
MVO	WEP = 0.5
RUN	$w = 1; \text{wdamp} = 0.98; a = 1; \alpha = 0.1;$
AOA	$C1 = 2; C2 = 6; C3 = 2; C4 = 0.5; u = 0.1; l = 0.1$
PTRBA	$A = 1; \alpha = 0.97; \gamma = 0.1; f_{\min} = 0; f_{\max} = 2;$
IPSO-GOP	$w_{\min} = 0.4; w_{\max} = 0.9; c1 = 1.5; c2 = 1.5$

4.2 简单障碍环境下的路径规划及其算法分析  
在简单环境下, 设置 9 个障碍物, 6 个结点, 100 个插值点, 起点为 (-30, -30), 终点为 (30, 30), 进行 30 次实验。实验结果如图 2、图 3、表 2 所示。

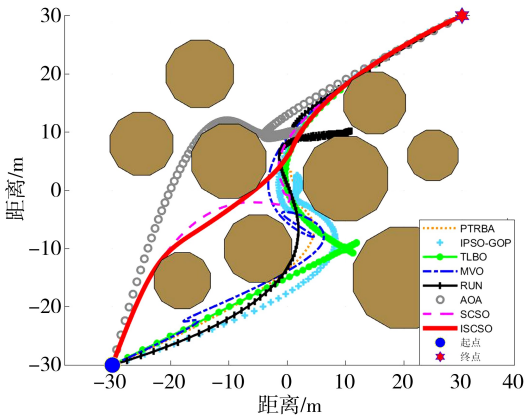


图 2 简单环境下路径对比图  
Fig.2 Path comparison diagram in simple environment  
从图 2、图 3 可见, 在简单障碍环境下, 原算



法 SCSO 并不比 AOA 优越,效果更是差于针对机器人路径规划而改进的 PTRAB,但经过改良后的沙猫优化算法 ISCSO 远远优越于其他算法。表 2 是将实验独立进行 30 次求得的路径长度情况,从实验数据上看,ISCSO 不论是最差解、最优解还是平均值都优越于其他算法,并且所求的结果非常稳定。由此可以证明,3 种策略的综合引入能够有效提高原算法的寻优能力。

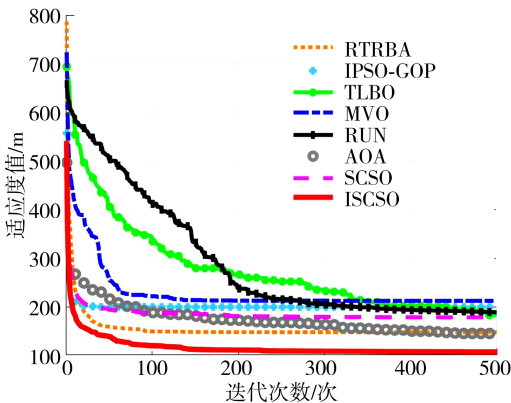


图 3 简单环境下迭代曲线对比图

Fig.3 Comparison of iterative curves in simple environment

表 2 简单环境下 30 次实验 6 种算法所求路径长度对比  
Tab.2 Comparison of path length calculated by 6 algorithms in 30 experiments under simple environment

算法	最差解/m	最优解/m	平均值/m
PTRBA	313.439 225 5	96.057 622 76	141.341 623 6
IPSO-GOP	256.245 561 8	114.336 974 5	192.567 492 1
TLBO	358.939 187 4	114.439 793 9	200.211 327 1
MVO	257.633 548 4	164.334 150 9	219.566 033 2
RUN	211.204 537 7	113.665 576 9	185.868 174 7
AOA	206.214 086 6	110.317 079 3	145.618 438 3
SCSO	284.017 083 4	97.804 249 37	196.323 265 3
ISCSO	187.115 987 8	87.90946367	111.338 085 8

4.3 复杂障碍环境下的路径规划及其算法分析  
在复杂环境下,设置 12 个障碍物,6 个结点,100 个插值点,起点为 (-30, -25),终点为 (30, 25),进行 30 次实验。实验结果如图 4、图 5、表 3 所示。

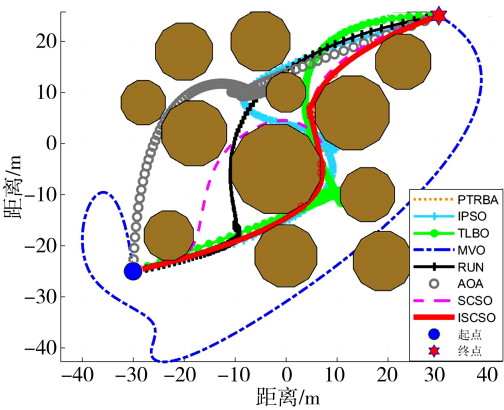


图 4 复杂环境下路径对比图

Fig.4 Path comparison diagram in complex environment

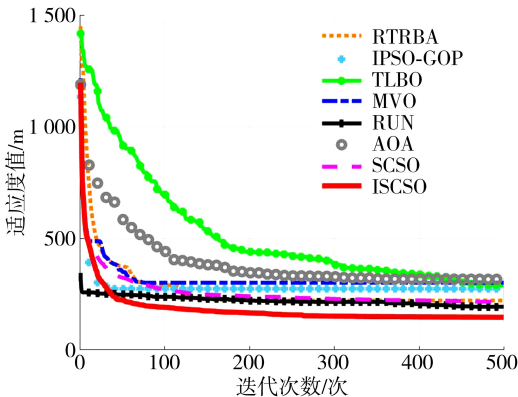


图 5 复杂环境下迭代曲线对比图

Fig.5 Comparison of iterative curves in complex environment

表 3 复杂环境下 30 次实验 6 种算法所求路径长度对比  
Tab.3 Comparison of path length calculated by 6 algorithms in 30 experiments under complex environment

算法	最差解/m	最优解/m	平均值/m
PTRBA	2 000.286 845 0	93.1230 767 3	223.575 577 4
IPSO-GOP	580.902 280 2	128.276 109 7	275.258 986 3
TLBO	547.634 865 5	139.637 324 9	291.305 570 3
MVO	403.885 257 6	184.994 162 4	303.435 475 1
RUN	259.930 875 0	115.014 055 1	195.876 864 3
AOA	548.253 735 1	161.644 281 9	318.706 949 5
SCSO	623.039 287 8	110.649 790 8	217.398 716 8
ISCSO	283.490 858 9	94.352 5018 4	149.010 832 4

从图 4 的路径图能够看出,ISCSO 路径明显较优。从图 5 的迭代曲线图可以看出,当障碍环

境变得更为复杂时,虽然原算法 SCSSO 与 RUN 相差不大,但经过改良后的沙猫优化算法 ISCSO 明显优于其他算法。从表 3 的 30 次实验数据可以看出,虽然 ISCSO 算法的最差解仅次于 RUN,但是 ISCSO 算法的最优解以及平均值均优越于其他算法,体现了 ISCSO 算法在复杂障碍环境下的有效性与稳定性。由此可以证明,经过 3 种策略进行改良,有效提高了沙猫群优化算法的优化能力。

## 4 结语

改进后的沙猫群优化算法引入混沌映射提高

种群初始化的多样性;引入互利共生策略和莱维飞行策略,规避算法跳过最优解,消除局部最优解的消极影响。通过仿真实验表明,不论是在简单障碍环境还是在复杂障碍环境下,改进后的沙猫群优化算法在路径问题的求解性能都更为高效。下一步将对沙猫群优化算法继续进行改进,同时也考虑将新的启发式算法应用于路径问题,探索出性能更优的启发式智能算法,更加有效的解决机器人路径问题。

## 参考文献:

- [1] 刘景森,吉宏远,李煜. 基于改进蝙蝠算法和三次样条插值的机器人路径规划[J]. 自动化学报,2021,47(7):1710-1719.
- [2] CONN R A,KAM M. Robot motion planning on N-dimensional star worlds among moving obstacles[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation,1998,14(2):320-325.
- [3] 闫皎洁,张镔石,胡希平. 基于强化学习的路径规划技术综述[J]. 计算机工程,2021,47(10):16-25.
- [4] 成怡,郝密密. 改进深度强化学习的室内移动机器人路径规划[J]. 计算机工程与应用,2021,57(21):256-262.
- [5] 裴以建,杨超杰,杨亮亮. 基于改进 RRT\* 的移动机器人路径规划算法[J]. 计算机工程,2019,45(5):285-290,297.
- [6] 高怡杰,何湘竹,石英,等. 求解烟草配送路径规划问题的新型智能优化算法[J]. 中南民族大学学报(自然科学版),2022,41(1):87-93.
- [7] 任春明,张建勋. 基于优化蚁群算法的机器人路径规划[J]. 计算机工程,2008,34(15):1-3,35.
- [8] 李艳生,万勇,张毅,等. 基于人工蜂群-自适应遗传算法的仓储机器人路径规划[J]. 仪器仪表学报,2022,43(4):282-290.
- [9] 王洪斌,尹鹏衡,郑维,等. 基于改进的 A\* 算法与动态窗口法的移动机器人路径规划[J]. 机器人,2020,42(3):346-353.
- [10] 刘宇. 煤矿井下履带式机器人路径规划方法研究[D]. 徐州:中国矿业大学,2021.
- [11] SEYYEDABBASI A,KIANI F. Sand cat swarm optimization:a nature-inspired algorithm to solve global optimization problems[J]. Engineering With Computers,2022:1-25.
- [12] 陈功,曾国辉,黄勃,等. 融合互利共生和透镜成像学习的 HHO 算法[J]. 计算机工程与应用,2022,58(10):76-86.
- [13] 柴岩,任生. 多策略协同优化的改进 HHO 算法[J]. 计算机应用研究,2022,39(12):3658-3666,3677.
- [14] RAO R V,SAVSANI V J,VAKHARIA D P. Teaching-learning-based optimization:a novel method for constrained mechanical design optimization problems[J]. Computer-Aided Design,2011,43(3):303-315.
- [15] MIRJALILI S,MIRJALILI S M,HATAMLOU A. Multi-verse optimizer:a nature-inspired algorithm for global optimization[J]. Neural Computing and Applications,2016,27(2):495-513.
- [16] AHMADIANFAR I,HEIDARI AA,GANDOMI A H,et al. RUN beyond the metaphor:an efficient optimization algorithm based on Runge Kutta method[J]. Expert Systems With Applications,2021,181:115079.
- [17] ABUALIGAH L,DIABAT A,MIRJALILI S,et al. The arithmetic optimization algorithm[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,2021,376:113609.
- [18] 熊昕霞,何利力. 基于混合粒子群算法的移动机器人路径规划[J]. 计算机系统应用,2021,30(4):153-159.

(责任编辑:方素华)