

doi:10.3969/j.issn.1672-4348.2021.06.005

基于参数敏感性的自密实混凝土徐变模型

晁鹏飞

(福建省永正工程质量检测有限公司, 福建 福州 350012)

摘要: 由于配合比的特殊性,自密实混凝土的徐变性能与普通混凝土存在差异。本研究对自密实混凝土多参数进行徐变试验,分析胶骨比、水胶比、砂率和粉煤灰掺量 4 个参数的敏感性,建立自密实混凝土双曲线徐变模型,应用于自密实混凝土长期变形的预测。

关键词: 自密实混凝土;徐变;计算模型;参数敏感性

中图分类号: TU313

文献标志码: A

文章编号: 1672-4348(2021)06-0532-06

Creep mathematical model of self-compacting concrete based on parameter sensitivity

CHAO Pengfei

(Fujian Yongzheng Construction Quality Inspection Co., Ltd., Fuzhou 350012, China)

Abstract: Due to the particularity of its mix proportion, creep performance of SCC is different from that of ordinary concrete. Based on the creep experimental data considering the influence of multiple parameters, the sensitivities of four main parameters, i.e., binder-aggregate ratio, water-binder ratio, sand ratio and fly ash content, were analyzed. The mathematical model of hyperbolic function of SCC creep is established and is used to predict the long-term deformation of SCC.

Keywords: self-compacting concrete (SCC); creep; mathematical model; parameter sensitivity

自密实混凝土(self-compacting concrete,简称 SCC)是一种无需振捣即可成型的高流动性、高性能混凝土,能确保混凝土在不利的浇筑条件下仍能密实成型。SCC 在一些增大截面或构件形式复杂造成配筋较密的加固改造工程中被广泛使用^[1]。与普通混凝土一样,SCC 在长期荷载作用下,其变形随时间不断累积产生徐变,从而引起结构内力重分布,对结构施工和使用阶段产生不容忽视的力学性能影响^[2]。

由于混凝土徐变试验一般需要较长时间,当前国内外专家学者通过大量的试验和统计分析,提出了普通混凝土徐变预测数学模型。SCC 为了取得高流动性,其原材料组成与配合比以及长期变形性能与普通混凝土存在差异,完全套用普通混凝土的规律和计算模型来分析 SCC 的长期变

形是不准确的。

本文分析了胶骨比、水胶比、砂率和粉煤灰掺量 4 个参数对 SCC 徐变性能的影响,基于参数敏感性建立 SCC 徐变计算模型,为工程项目预测 SCC 长期变形提供理论依据。

1 混凝土的徐变机理

浇筑成型后的混凝土是具有复杂结构的非均质和多层次的复合材料体系,混凝土是由骨料、凝胶体水化产物、未水化胶凝材料、各种孔隙和孔隙间水和结晶水等等共同组成的具有时间生长特性的结构,其三维空间构成形式复杂,并且随水化反应持续进行,混凝土内部各组成部分比例会持续变化^[1]。混凝土内部孔隙结构如图 1 所示。

收稿日期: 2021-07-21; 修回日期: 2021-10-28

作者简介: 晁鹏飞(1982—),男,福建武夷山人,高工,博士,研究方向:新材料研发和工程检测。

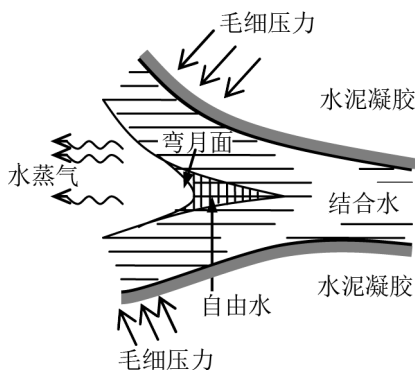


图 1 混凝土水泥凝胶体中孔结构

Fig.1 Pore structure of cement gel in concrete

在工作受力状态下,混凝土的骨料是物理结构较为稳定的弹性体,包括粗骨料、细骨料和未水化的矿物细掺料构成的微集料,在混凝土结构内部起到类似骨架的作用,能够较好地抑制徐变。混凝土中的胶凝材料及其水化产物是 SCC 主要的徐变源;如图 2 所示,混凝土中的水化物反应持续时间长,因此混凝土结构的徐变承载体系是不断生长的,将物理力学性质不断变化的整体水泥凝胶体视为分层次逐渐固化的体系,混凝土的宏观材料参数对时间的依赖行为通过不断生长的黏弹性来表述^[3]。

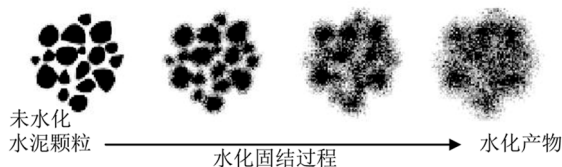


图 2 混凝土固化过程示意图

Fig.2 Schematic diagram of concrete consolidation process

混凝土内部水化产生的固结作用持续时间可达数十年^[2],其微观结构的时变效应使得混凝土结构受力工作时应力-应变本构关系受多种因素影响呈现非线性特征,即使应力保持不变,在长期受力状态下,混凝土还是会发生不可忽视的徐变等。因此,混凝土的应力-应变-时间($\sigma - \varepsilon - t$)关系决定了结构的工作状态。受长期荷载作用,混凝土除发生弹性变形外,还会发生塑性、温度、收缩和徐变变形,混凝土受力状态下的变形组成如式(1)所示。

$$\varepsilon = \varepsilon_e(\sigma) + \varepsilon_p(\sigma) + \varepsilon_T(T, \alpha_c) +$$

$$\varepsilon_{sh}(t) + \varepsilon_{cr}(\sigma, t) \quad (1)$$

式中, ε 为受荷状态下混凝土总应变; $\varepsilon_e(\sigma)$ 为受应力 σ 作用引起的弹性应变; $\varepsilon_p(\sigma)$ 为塑性应变; $\varepsilon_T(T)$ 为温度应变,受环境温度 T 、混凝土水化反应以及混凝土热膨胀系数 α_c 影响; $\varepsilon_{sh}(t)$ 为随时间增加的混凝土收缩,收缩变形主要与环境湿度及混凝土自身特性有关; $\varepsilon_{cr}(\sigma, t)$ 为混凝土徐变,其机理主要与受力时程、应力大小以及混凝土自身特性有关。混凝土的长期变形主要由收缩和徐变组成,SCC 的收缩主要由自生和失水干燥收缩组成,SCC 的徐变变形可以细分为基本和干燥徐变变形^[4-5]。

2 基于参数分析的 SCC 徐变试验

与普通混凝土相比,SCC 在配合比上具有胶凝材料用量大、粗细骨料比例小、水胶比较小、减水剂和矿物细掺料用量较大等特点。低水胶比可提高混凝土抗徐变的能力,矿物细掺料对混凝土徐变的影响受其掺量影响,仅从 SCC 配合比上无法直观判断其徐变性能与普通混凝土有何差异。针对 SCC 配合比的主要特点和强度发展较慢的特性,根据每立方米混凝土的原材料用量,选取胶骨比 R_{ba} (胶凝材料和骨料用量的比值)、砂率 R_{sa} (砂与骨料用量的比值)、水胶比 R_{wb} (用水量与胶凝材料用量的比值)和粉煤灰掺量 R_b (粉煤灰掺量与胶凝材料用量比值)作为参数变量进行对比分析,以胶骨比 0.34、砂率 0.49、水胶比 0.30 和粉煤灰掺量 0.4 为基准配合比,在此基础上控制各变量进行试验方案设计,试验参数见表 1。

对 10 组 SCC 开展单轴受压徐变试验。徐变试件为 100 mm×100 mm×400 mm 的棱柱体,采用标准养护,养护室温度 $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$,相对湿度 $\geq 95\%$,同期制作力学试验试件。对棱柱体徐变试件施加竖向压力,试验受力均为相同配比同养护条件试件极限破坏荷载的 30%且保持不变,则可假定试件处于弹性状态,塑性应变 $\varepsilon_p = 0$,在棱柱体试件两侧安装机械千分表取均值,对各组试件持续加载约 200 d,读取混凝土试件受力变形数据。同时,每组试件均配置同条件的自由收缩试件,徐变和收缩试验环境温度控制为 $(23 \pm 3)^\circ\text{C}$,湿度控制为 $(60 \pm 3)\%$,试验环境稳定且试件尺寸较小,可以认为混凝土水化热和环境影响下的温度变形 $\varepsilon_T(T, \alpha_c) = 0$ 。

表 1 控制变量法试验设计

Tab.1 Experimental design of control variable method

试件组编号	胶骨比	砂率	水胶比	粉煤灰掺量	棱柱体强度/MPa	弹性模量/MPa
SC1	0.34	0.49	0.33	0.2	35.2	30.1
SC2	0.34	0.49	0.28	0.2	30.1	27.2
SC3	0.34	0.52	0.30	0.4	33.0	31.1
SC4	0.34	0.46	0.30	0.4	34.7	31.9
SC5	0.28	0.49	0.30	0.4	36.7	32.2
SC6	0.31	0.49	0.30	0.4	38.2	31.2
SC7	0.34	0.49	0.30	0.4	39.0	33.2
SC8	0.34	0.49	0.30	0.2	39.7	35.2
SC9	0.34	0.49	0.30	0.3	39.3	33.6
SC10	0.34	0.49	0.30	0.5	36.8	31.0

在与徐变试验同样的环境中同时进行 SCC 收缩试验,测量收缩应变 $\varepsilon_{sh}(t)$ 。徐变试验前通过标准棱柱体试验得到各组配合比的弹性模量,其 28 d 极限强度和弹性模量见表 1。通过弹性模量计算弹性应变,代入式(1),则可得到 SCC 的徐变应变 $\varepsilon_{cr}(t)$ 。采用徐变度来表示徐变变形,徐变度为单位应力下的徐变变形^[6-7],各组试验结果转化为徐变度计算如下:

$$C(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cr}(t)}{\sigma(t_0)} = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_e(t_0) - \varepsilon_{sh}(t)}{\sigma(t_0)} \quad (2)$$

式中, $\varepsilon(t)$ 为 t 时刻的总应变, $\varepsilon(t) = l_t/l_0$, l_t 为 t 时刻变形量, l_0 为初始测量标距; $\varepsilon_e(t_0) = \sigma(t_0)/E(t_0)$, 为加载时弹性变形; $C(t, t_0)$ 为从 t_0 时刻加载,到 t 时刻混凝土的徐变度,单位: $10^{-6} \cdot \text{MPa}^{-1}$ 。如图 4 所示。

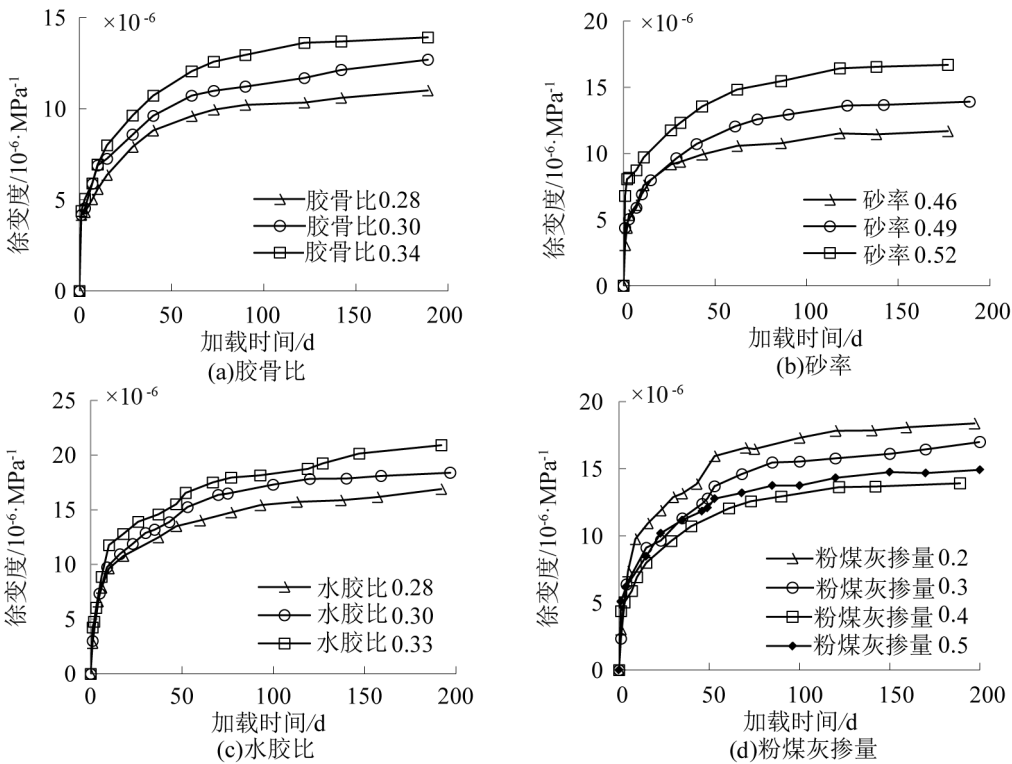


图 4 不同胶骨比、砂率、水胶比和粉煤灰掺量的 SCC 徐变试验数据

Fig.4 Testing data of creep of SCC with different binder-aggregate ratio, sand ratio, water-binder ratio and fry ash content

由图 4 可知,SCC 的徐变在早期增长较快,后期发展较为缓慢,加载后前 10 d 的徐变变形可占其半年内总徐变的 50% 以上。如图 4(a)、图 4(b)和图 4(c)所示,胶骨比、砂率和水胶比降低,可有效改善 SCC 密实性和结构强度,使徐变变形减小。如图 4(d),粉煤灰掺量对混凝土徐变性能的影响存在临界值,由于粉煤灰颗粒的微弹性模量是水泥颗粒的两倍,因此当粉煤灰掺量有一定程度提高时,粉煤灰抑制徐变的微集料效应发挥较为明显,掺量小于 40% 时,粉煤灰掺量越高,混凝土徐变越低,而粉煤灰掺量过高会对混凝土结构体系内水泥石界面结合情况产生不利影响,且粉煤灰掺量过高会导致水泥石强度发展不足,易造成抵抗徐变能力的减弱,因此粉煤灰掺量增加到 50% 时,徐变反而有所增加。

3 参数敏感性分析

参照已有的徐变数学表达形式,如 ACI-209R 模型^[8]、CEB-FIP MC90 模型^[9]、中国建科院模型^[10]和 B4 模型^[11]特点,将试验参数代入各个模型进行对比分析,ACI 模型的计算结果、曲线形式与本文试验结果最为接近,ACI 模型表达式为:

$$\varphi(t,t_0) = \gamma_c \cdot \varphi_\infty \frac{(t - t_0)^d}{(t - t_0)^d + 10} \tag{3}$$

式中: $\varphi(t,t_0)$ 为徐变系数,表征受荷状态下混凝土徐变应变与弹性应变比值,其与徐变度换算关系为 $\varphi(t,t_0) = C(t,t_0) E(t_0)$; d 为曲线常数,当 $d = 1$ 时,上式写成简单双曲函数; φ_∞ 为徐变系数终值,推荐值为 2.35^[8]; γ_c 为根据各种参数确定的修正系数,是 ACI-209R 模型中需要求解的参数,可以写成多个修正系数的连乘形式。

$$\gamma_c = \gamma_{la} \cdot \gamma_{RH} \cdot \gamma_{hv} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_\Psi \cdot \gamma_{ad} \tag{4}$$

式中, γ_{la} , γ_{RH} , γ_{hv} , γ_s , γ_Ψ 和 γ_{ad} 分别为混凝土加载龄期、试验环境湿度、试件尺寸、砂率和含气量确定的修正系数,其物理意义清晰明确,便于在

既有模型基础上和实际应用过程中根据具体试验环境和混凝土实际配比特点进行修正^[12]。

参考 ACI-209R 模型的主函数形式,采用基于双曲幂函数表达 SCC 徐变度时变特征,SCC 徐变时变双曲幂函数无量纲数学表达形式为:

$$C(t,t_0) = \frac{(t - t_0)^d}{A (t - t_0)^d + a} \tag{5}$$

根据 ACI-209R 模型推荐, d 取 0.6^[12]; 将式(5)转化为线性函数形式,通过线性函数的斜率及截距对胶骨比、砂率、水胶比和粉煤灰掺量等试验变量进行参数化,在试验数据基础上,推导各修正参数的公式表达,式(5)可转化为:

$$\frac{(t - t_0)^d}{C(t,t_0)} = A \cdot (t - t_0)^d + a \tag{6}$$

式中, A 为线性函数的斜率; a 为函数在 Y 轴上的截距。对 $(t - t_0)$ 取极限,即 $(t - t_0) \rightarrow \infty$ 时,式(5)可写成:

$$\lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} C(t,t_0) = \lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} \frac{(t - t_0)^d}{A (t - t_0)^d + a} = \frac{1}{A} \tag{7}$$

因此,斜率 A 的物理意义是混凝土徐变度最终值的倒数,简写为 $C_\infty(t,t_0) = 1/A$, 通过各组 SCC 试件的试验结果分别得到纵坐标 $Y = (t - t_0)^d / C(t,t_0)$ 的值和横坐标 $x = (t - t_0)^d$ 的值,将试验结果在 $x - Y$ 坐标体系中标识出来,可以发现 Y 与 x 基本呈线性分布,通过拟合即可得到准确的 $Y = A \cdot x + a$ 函数表达式,图 5 为试验结果在 $x - Y$ 坐标体系中的拟合情况。

如图 5 所示,通过对胶骨比、水胶比、砂率和粉煤灰掺量 4 个影响因素的控制变量试验数据拟合,可以线性分析 4 个因素对徐变表达式的影响,拟合得到式(6)中的 A 和 a ,令 $\lambda_c = a \cdot C_\infty(t,t_0) = a/A$,将各组试验的 A 和 λ_c 分别求出,并给出图 3 ~ 图 6 中的线性函数拟合相关系数 R 的平方,如表 2 所示。

表 2 由试验数据所得系数 1/A、λ_c 拟合值
Tab.2 Fitting values of coefficient 1/A and λ_c obtained from test data

参数	胶骨比			砂率			水胶比			粉煤灰掺量			
	0.34	0.31	0.28	0.46	0.49	0.52	0.33	0.30	0.28	0.2	0.3	0.4	0.5
1/ A	17.09	13.93	12.21	18.12	17.09	12.92	25.51	23.53	19.12	23.53	22.32	17.09	17.45
λ _c	5.04	3.40	3.21	2.62	5.04	2.46	5.82	6.04	3.87	6.04	7.43	5.04	4.19
R ²	0.973	0.973	0.966	0.987	0.966	0.980	0.994	0.994	0.975	0.975	0.987	0.987	0.991

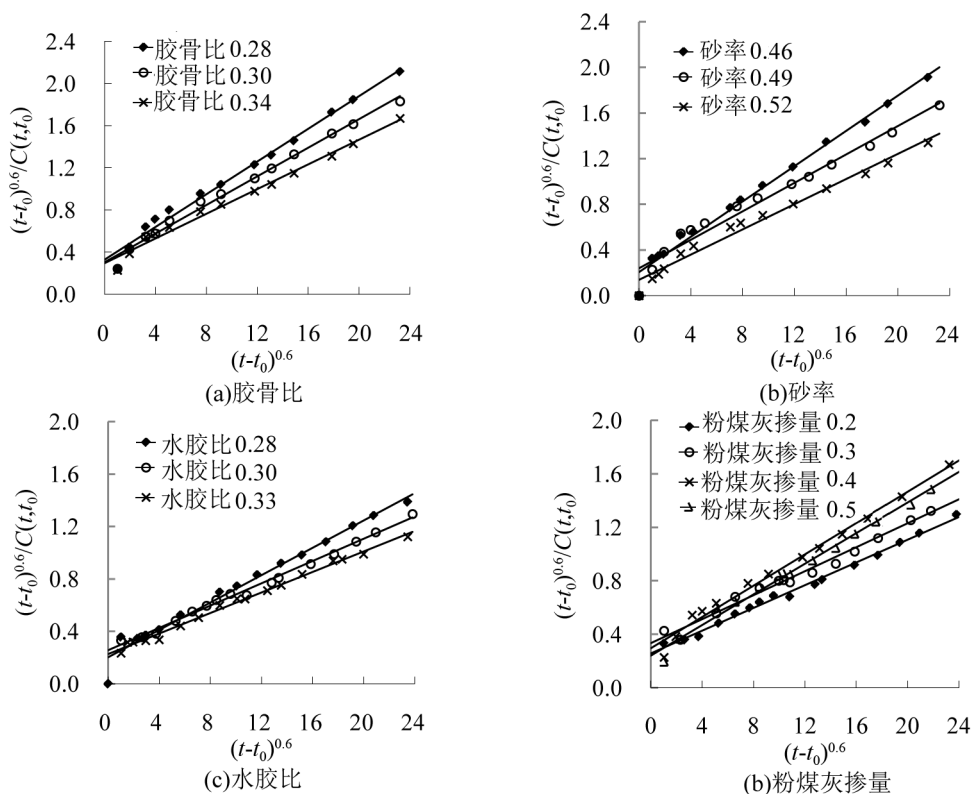


图 5 胶骨比、砂率、水胶比和粉煤灰掺量参数分析线性函数图

Fig.5 Linear function diagram of binder-aggregate ratio, sand ratio, water-binder ratio and fry ash content

4 SCC 徐变计算模型

参考 ACI-209R 模型以及 SCC 徐变度曲线形状,令 $C_{\infty}(t, t_0) = 1/A = C_u \cdot K_c$, C_{∞} 为带量纲的 SCC 极限徐变度标准值, K_c 和 λ_c 为表征胶骨比、砂率、水胶比和粉煤灰掺量影响的修正系数,通过图 5 和表 2 的拟合结果,分别写成试验参数的连乘形式,在基准配合比基础上,拟合得 C_u 经验值取 $14 \times 10^{-6} \cdot \text{MPa}^{-1}$ 。因此,SCC 的徐变数学最终模型表达为:

$$C(t, t_0) = \frac{(t - t_0)^{0.6}}{(t - t_0)^{0.6} + \lambda_c} C_u K_c \quad (8)$$

$$K_c = K_{ba} \cdot K_{sa} \cdot K_{wa} \cdot K_{fa} \quad (9)$$

$$\lambda_c = \lambda_u \cdot \lambda_{ba} \cdot \lambda_{sa} \cdot \lambda_{wa} \cdot \lambda_{fa} \quad (10)$$

式中, K_{ba} 和 λ_{ba} 为不同胶骨比的 SCC 徐变试验结果拟合而得的参数; K_{sa} 和 λ_{sa} 为不同砂率的试验结果拟合而得的参数; K_{wa} 和 λ_{wa} 为不同水胶比的试验结果拟合而得的参数; K_{fb} 和 λ_{fb} 为不同粉煤灰掺量的试验结果拟合而得的参数; λ_u 为根据基准配合比徐变试验结果拟合得到的材料常数,取

值 8.0。图 5 和表 2 的分析结果表明,胶骨比、水胶比和砂率与 SCC 徐变之间基本成线性关系,粉煤灰对 SCC 的影响存在一个使徐变最小的临界掺量,根据分析结果,采用线性函数或指数函数将各个影响因素参数化,则式(9)与式(10)中的各参数可采用简单的线性形式表达为:

$$K_{ba} = 4.8 \cdot R_{ba} - 0.64 \quad ; R_{ba} > 0.2 \quad (11)$$

$$\lambda_{ba} = 6.1 \cdot R_{ba} - 1.12$$

$$K_{sa} = 5.1 \cdot R_{sa} - 1.59 \quad ; R_{sa} > 0.2 \quad (12)$$

$$\lambda_{sa} = 2.33 \cdot R_{sa} - 0.423$$

$$K_{wa} = 8.6 \cdot R_{wa} - 1.16 \quad ; 0.2 < R_{wa} < 0.5 \quad (13)$$

$$\lambda_{wa} = 7 \cdot R_{wa} - 1.2$$

$$K_{fb} = 1.784 - 1.96 \cdot R_{fb} ; R_{fb} > 0.4 \text{ 时取 } 0.4$$

$$\lambda_{fb} = 1.69 - 1.59 \cdot R_{fb} \quad (14)$$

最终根据 SCC 数学表达式,将试验参数代入式(8)~式(14),10 组试验数据在各个龄期的实测值与预测值对比残差百分比分析见图 6。

从图 6 可以看到,本文给出的 SCC 徐变计算表达式计算得到的徐变度,与试验值相比,大部分

残差百分比都小于 30%，且集中在试验的早期，徐变试验进行 20 d 后，其徐变度实测值与计算值的残差百分比绝大部分控制在 10% 以内，可见本文提出的 SCC 徐变计算模型计算精度较高，可以有效预测 SCC 的徐变。

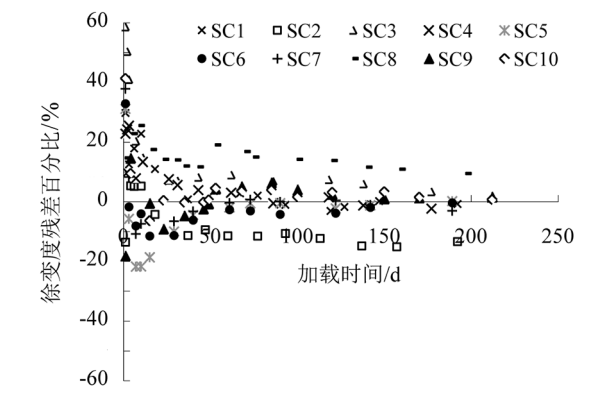


图 6 各组试验徐变计算值残差百分比
Fig.6 Residual percentage of creep calculation value of all testing groups

4 结论

1) 考虑 SCC 配合比的特点，采用控制变量法设计了多组徐变试验，对比分析胶骨比、水胶

比、砂率和粉煤灰掺量对 SCC 徐变的影响，试验结果表明，SCC 的徐变在早期增长较快，后期发展较为缓慢，加载后前 10 d 的徐变变形可占其半年内总徐变的 50% 以上。

2) 降低 SCC 的胶骨比、砂率和水胶比，可有效降低徐变变形。而粉煤灰掺量对混凝土徐变性能的影响存在临界值，当粉煤灰掺量有一定程度提高时，粉煤灰抑制徐变的微集料效应发挥较为明显，掺量小于 40% 时，粉煤灰掺量越高，混凝土徐变越低，而粉煤灰掺量过高会导致水泥石强度发展不足，易造成抵抗徐变能力的减弱，因此粉煤灰掺量增加到 50% 时，徐变反而有所增加。

3) 参考 ACI-209R 模型的双曲幂函数表达形式，根据参数敏感性分析结果，通过斜率系数法，将各个影响因素参数化，根据计算模型与实测值的比较残差百分比结果，本文提出模型的计算精度较高。

4) 本文提出的徐变计算模型延续已有的徐变计算模型研究结果，针对 SCC 的配合比特点，重点研究了与普通混凝土不同的参数对徐变的影响，模型计算形式简单且符合工程人员的计算习惯，因此具有一定的实际意义。

参考文献：

[1] 郑建岚, 晁鹏飞. 基于水化度及其结构组成的自密实混凝土基本徐变计算模型[J]. 工程力学, 2009, 26(12): 71-75.
[2] HUANG H D, HUANG S S, PILAKOUTAS K. Modeling for assessment of long-term behavior of prestressed concrete box-girder bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23(3): 04018002.
[3] NIEWIADOMSKI P, STEFANIUK D. Creep assessment of the cement matrix of self-compacting concrete modified with the addition of nanoparticles using the indentation method[J]. Applied Sciences, 2020, 10(7): 2442.
[4] 晁鹏飞, 郑建岚. 自密实混凝土徐变性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2010, 31(2): 99-103.
[5] RAHIMI-AGHDAM S, BAŽANT Z P, CUSATIS G. Extended microprestress-solidification theory for long-term creep with diffusion size effect in concrete at variable environment[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2019, 145(2): 04018131.
[6] 周履, 陈永春. 收缩徐变[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994: 3-10.
[7] 惠荣炎, 黄国兴, 易冰芳. 混凝土的徐变[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988: 2-5.
[8] Committee 209. Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structure[R]. Detroit, USA: American Concrete Institute, 1992.
[9] CEB-FIP. CEB-FIP model code 1990, Final version[S]. London, UK: Thomas Telford Ltd., 1993.
[10] 龚洛书, 惠满印, 杨蓓. 砼收缩与徐变的实用数学表达式[J]. 建筑结构学报, 1988, 9(5): 37-42.
[11] WENDNER R, HUBLER M H, BEANT Z P. The B4 model for multi-decade creep and shrinkage prediction[C]//Ninth International Conference on Creep, Shrinkage, and Durability Mechanics (CONCREEP-9). Cambridge, Massachusetts, USA: American Society of Civil Engineers, 2013: 429-436.
[12] HWANG E, KIM G, KOO K, et al. Compressive creep and shrinkage of high-strength concrete based on limestone coarse aggregate applied to high-rise buildings[J]. Materials, 2021, 14(17): 5026.

(责任编辑: 陈雯)