

doi:10.3969/j.issn.1672-4348.2020.01.008

基于模态振型和 L1 正则化的结构损伤识别

麻胜兰, 刘昱昊, 张铮, 吴琛

(福建工程学院 土木工程学院, 福建 福州 350118)

摘要: 考虑到基于 2 范数的正则化算法存在对结构识别结果过度光滑的效果, 提出了基于模态振型与 L1 正则化的损伤识别方法。以一 2D 简支梁有限元模型为数值算例, 比较了使用不同振型数以及不同损伤程度对损伤识别效果的影响。数值模拟结果表明, 对于多损伤工况, 当损伤结构的振型数和无损结构的振型数乘积大于 6 时, 能较好地定位损伤, 并能对损伤程度给出定性的描述。

关键词: 损伤检测; 有限元方法; 模态分析; 稀疏恢复; L1 正则化

中图分类号: TU317

文献标志码: A

文章编号: 1672-4348(2020)01-0040-06

Structural damage detection based on modal shapes and L1 regularization

MA Shenglan, LIU Yuhao, ZHANG Zheng, WU Chen

(School of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

Abstract: Considering that the regularization algorithm based on norm 2 has over-smooth effect on the structure recognition results, a damage detection method based on modal vibration and L1 regularization was proposed. Taking the finite element model of a 2D simply-supported beam as a numerical example, the effect of using different numbers of vibration modes and that of using different damage degrees on the damage recognition effect were compared. Simulation results show that, for multi-damage cases, when the product of the number of vibration modes of the damaged structure multiplied by that of the undamaged structure is larger than 6, the presented method could detect the structural damage location preferably and give a qualitative description for the damage degree.

Keywords: damage detection; finite-element method; model analysis; sparse recovery; L1 regularization

为了保障安全性,许多重大工程结构通过安装结构健康监测系统进行实时监测其服役期间安全状况^[1-5]。结构损伤识别是结构健康监测的重要内容,近 30 年,基于动力特性的损伤监测研究有了重大的进展,其基本原理为通过结构损伤前后结构模态信息的改变进行结构损伤诊断,采用的方法主要有模态应变能法^[6]、模态置信度判据法^[7]、曲率模态法^[8]、刚度法^[9]、柔度法^[10]等。其中,基于有限元模型的结构损伤识别方法主要通过结构实测振动响应数据提取的模态参数或损

伤特征参数,结合有限元模型,识别结构系统参数,然后进行损伤识别^[11]。正则化方法是目前求解动力学反问题的主流方法,如 Tikhonov 正则化^[12]和奇异值分解法^[13],等。这些方法的原理是基于 2 范数的正则化算法,存在对识别结果过度光滑的效果。而结构局部损伤的特点是突变性和稀疏性,因此可将 L1 范数正则化方法运用到求解结构损伤识别中的动力学反问题,提高识别精度,改善求解过程的不适应性^[14-19]。

为此,本文利用结构模态振型,引入 L1 正则

收稿日期: 2020-01-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(51808119);福州市科技局项目(2018X0066)

第一作者简介: 麻胜兰(1986-),女,福建龙岩人,讲师,博士,研究方向:结构健康监测与诊断加固。

化,提出一种基于模态振型和L1正则化的结构损伤识别方法。

1 结构损伤识别方法

1.1 特征方程

无损结构用特征值方程描述结构的模态特性^[14],即:

$$\mathbf{K} \Phi_i = \omega_i^2 \mathbf{M} \Phi_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

式中, \mathbf{K} 和 \mathbf{M} 分别为整体刚度矩阵和质量矩阵; ω_i 和 Φ_i 是无损结构的第 i 阶固有频率和第 i 阶振型; n 为无损结构的振型总数。

当结构发生损伤时,其特征方程为:

$$\tilde{\mathbf{K}} \tilde{\Phi}_j = \tilde{\omega}_j^2 \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\Phi}_j \quad j = 1, \dots, m \quad (2)$$

式中, $\tilde{\mathbf{K}}$ 和 $\tilde{\mathbf{M}}$ 分别是损伤结构的整体刚度和质量矩阵; $\tilde{\omega}_j$ 和 $\tilde{\Phi}_j$ 是损伤结构的第 j 阶固有频率和第 j 阶振型; m 是获得的损伤结构的振型总数。

1.2 单元损伤指标

以单元的刚度减少来定义损伤即:

$$\Delta \mathbf{k}_e = (\mathbf{k}_e - \tilde{\mathbf{k}}_e) = \Delta a_e \mathbf{k}_e \quad (3)$$

式中, \mathbf{k}_e 和 $\tilde{\mathbf{k}}_e$ 分别为无损结构和损伤结构的第 e 个单元的刚度矩阵; $\Delta \mathbf{k}_e$ 是单元刚度的减少量。当 $\Delta a_e \in [0, 1]$ 时表示该单元发生损伤。当 $\Delta a_e = 0$ 时,表示该单元未发生损伤;当 $\Delta a_e = 1$ 时,表示该单元完全损坏。那么,单元损伤刚度矩阵可表示为:

$$\tilde{\mathbf{k}}_e = \mathbf{k}_e (1 - \Delta a_e) \quad (4)$$

1.3 单元损伤方程

对式(2)左乘无损结构振型 $\Phi_i^T (i = 1, \dots, n)$, 则:

$$\Phi_i^T \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\Phi}_j = \tilde{\omega}_j^2 \Phi_i^T \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\Phi}_j \quad (5)$$

又知单元刚度矩阵与整体刚度矩阵的关系,如下:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{k}_e \quad (6)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \sum_{e=1}^N \tilde{\mathbf{k}}_e \quad (7)$$

式中, N 是单元总数。子矩阵 \mathbf{k}_e 是第 e 个单元对结构整体刚度矩阵的贡献。

将式(4)代入式(7),则:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \sum_{e=1}^N \tilde{\mathbf{k}}_e = \sum_{e=1}^N \mathbf{k}_e (1 - \Delta a_e) \quad (8)$$

同理,第 i 阶振型为:

$$\tilde{\Phi}_i = \sum_{e=1}^N \phi_{ie} \text{ 或 } \tilde{\Phi}_i = \sum_{e=1}^N \tilde{\phi}_{ie} \quad (9)$$

假设结构的质量矩阵在损伤前后保持不变。这种假设在大多数实际应用中是可行的。取式(5)的转置,将式(1)(8)(9)代入,得到的损伤方程如下:

$$\sum_{e=1}^N \tilde{\phi}_{je}^T \mathbf{k}_e \phi_{ie} \Delta a_e = \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_j^2}{\omega_i^2} \right) \tilde{\Phi}_j^T \mathbf{K} \Phi_i \quad (10)$$

式(10)可以表示为:

$$[\mathbf{S}] \{\Delta \mathbf{a}\} = \{\Delta \mathbf{R}\} \quad (11)$$

式中灵敏度矩阵 $[\mathbf{S}]$ 的系数为:

$$S_{ije} = \tilde{\phi}_{je}^T \mathbf{k}_e \phi_{ie} \quad (12)$$

右侧残差向量 $\Delta \mathbf{R}$ 为:

$$\Delta \mathbf{R}_{ij} = \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_j^2}{\omega_i^2} \right) \tilde{\Phi}_j^T \mathbf{K} \Phi_i \quad (13)$$

2 稀疏正则化优化算法

设原始信号为 $\{\mathbf{x}\}$, 其长度为 l , 假设通过线性映射^[17] 得到长度为 k 的向量 $\{\mathbf{y}\}$:

$$\{\mathbf{y}\} = [\Theta] \{\mathbf{x}\} \quad (14)$$

式中, $[\Theta]$ 称为测量矩阵或感知矩阵,其维数为 $k \times l$ 。假设 $\{\mathbf{x}\}$ 中只有 s 项 ($s \approx k \ll l$) 非零,其他 $n - s$ 项为零,当 $k \ll l$ 时,未知数远多于方程数,故式(14)为欠定方程组。

根据稀疏恢复理论, $\{\mathbf{x}\}$ 可以通过式(15)优化求解:

$$\hat{\mathbf{x}} = \min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{且 } \{\mathbf{y}\} = [\Theta] \{\mathbf{x}\} \quad (15)$$

式中, $\|\mathbf{x}\|_0$ 为向量 \mathbf{x} 的 l_0 范数, l_0 范数刻画的是信号中非零元素的个数。 l_0 范数最小化算法是组合问题,因此计算复杂度高。

利用 l_1 范数代替 l_0 范数,将式(15)的非凸组合优化问题转化为凸松弛问题求解:

$$\hat{\mathbf{x}} = \min \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{且 } \{\mathbf{y}\} = [\Theta] \{\mathbf{x}\} \quad (16)$$

式中, $\min \|\mathbf{x}\|_1 = \sum_i |x_i|$ 是向量 \mathbf{x} 的 l_1 范数。

实际应用中,多数信号近似稀疏,而且信号测量过程中由于硬件设备等原因会引入噪声,

当测量存在噪声时,压缩感知测量过程表示为:

$$\{y\} = [\Theta]\{x\} + e \quad (17)$$

式中, e 为测量误差。

x 可通过求解如下 l_1 优化问题进行重构:

$$\hat{x} = \min \|x\|_1$$

$$\text{且 } \{y\} = \|[\Theta]\{x\} - \{y\}\|_2 \leq \varepsilon \quad (18)$$

式中, ε 为误差的上限, 满足 $\|e\|_2 \leq \varepsilon$, 一般取 $\varepsilon < 10^{-6}$ 。

由式(11)可进一步得到^[15,16]:

$$[S]\{\Delta a\} = \{\Delta R\} = \{R^0\} - \{R^E\} \quad (19)$$

式中, $\{R^0\}$ 为无损结构测得的特征值, $\{R^E\}$ 为损伤结构测得的特征值。

式(19)建立了结构单元损伤刚度变化系数向量 $\{\Delta a\}$ 与测试的结构模态参数直接的关系, 但 $\{\Delta a\}$ 的维数远大于测点数目, 即未知数远多于方程数, 式(19)为一病态的线性方程组, 考虑到结构单元损伤向量 $\{\Delta a\}$ 具有稀疏性, 只有少数损伤的结构单元其值为非零, 因此可通过式(20)优化求解:

$$\min \|\{\Delta a\}\|_1$$

$$\text{且 } \|[S]\{\Delta a\} - \{\Delta R\}\|_2 \leq \varepsilon \quad (20)$$

将式(19)代入(20)中:

$$\min \|\{\Delta a\}\|_1$$

$$\text{且 } \|R(\{\Delta a\}) - \{R^0\}\|_2 \leq \varepsilon \quad (21)$$

式中, $R(\{\Delta a\}) = [S]\{\Delta a\} + \{R^E\}$ 。

式(21)可转化为无约束最小化问题:

$$J = \|R(\{\Delta a\}) - \{R^0\}\|_2^2 + \beta \|\{\Delta a\}\|_1 \quad (22)$$

式中, 拉格朗日乘子 β 为正则化参数且大于 0。

一般采用优化方法求解式(22), 传统的模型修正方法是采用 L2 正则化方法, 即:

$$J = \|R(\{\Delta a\}) - \{R^0\}\|_2^2 + \beta \|\Delta a\|_2 \quad (23)$$

采用 L2 正则化方法常常导致结果过于光滑, 这与实际损伤的稀疏性不符, 为此, 本文采用式(22)作为收敛方程, 且考虑到损伤值的非负性, 增加限定条件 $0 \leq \Delta a \leq 1$ 。

3 数值算例分析

3.1 简支梁数值模拟

建立简支梁有限元模型, 简支梁总长 6 m, 含 15 个单元, 弹性模量 $E = 32 \text{ GPa}$, 密度 $\rho = 2 \text{ 500}$

kg/m^3 。模型如图 1 所示。

为了研究方法的有效性, 设置种损伤工况, 工况模拟见表 1。其中, 结构损伤主要根据模拟刚度降低。为了研究噪声的影响, 本文在工况 3 中对振型添加了 1% 的噪声水平, 即:

$$z = z^a \times (1 + \varepsilon R) \quad (24)$$

式中, z^a 和 z 分别代表原始信号和噪声污染后的振型; R 是均值为 0, 偏差为 1 的正态分布随机数; ε 是噪声水平为 1%。

正则化参数 β 采用 L 曲线法确定, 取 0.1。

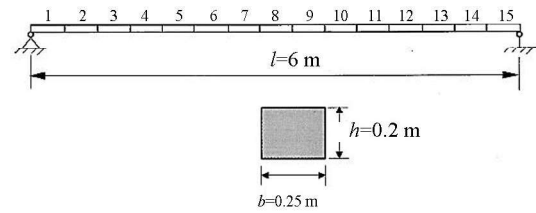


图 1 简支梁模型

Fig.1 Model of the simply-supported beam

表 1 损伤工况模拟

Tab.1 Simulated damage scenarios

损伤工况	单元	损伤程度/%
1	8	20
	2	20
2	8	20
	2	50
3	8	20
	12	10

3.2 计算结果

取 $n = 4$ 个, $m = 3$ 个 ($(n \times m) < N = 15$) 对 3 种损伤工况进行计算和识别。损伤识别结果见图 2 (a)(b)(c)。从图 2 可知, 单损伤工况下识别精度为 100%; 工况 2 的最大识别误差为 1%; 工况 3 的单元 2、8 和 12 的识别误差分别为 0%、0% 和 1%。结果表明, 基于模态振型与 L1 正则化方法可以有效地识别结构损伤。

3.3 振型数对识别影响分析

为进一步研究无损结构的振型数 n 、损伤结构的振型数 m 以及二者的总振型数对损伤识别结果的影响对 3 种损伤工况展开分析。

4 结语

1) 对于单损伤工况和多损伤工况,基于模态振型和 L1 正则化的方法均可有效地定位结构损伤和量化损伤程度。

2) 随着所采用的结构损伤模型与有限元模

型的振型数的增加,结构损伤识别精度有所提高;但较少的模态数据(模态振型数为 1 时),识别效果不理想,甚至出现误判现象。

3) 损伤单元数导致所需的结构损伤模型与有限元模型的振型数均不同,总体而言,当 $n \times m \geq 6$, 可以达到实际应用要求。

参考文献:

- [1] 李宏男, 李东升. 土木工程结构安全性评估、健康监测及诊断述评[J]. 地震工程与工程振动, 2002, 22(3): 82-90.
- [2] OU J, LI H. The state-of-the-art and practice of structural health monitoring for civil infrastructures in the mainland of China [J]. Structural Health Monitoring and Intelligent Infrastructure, 2006(1): 69-93.
- [3] HOULT N, FIDLER P, HILL P, et al. Long-term wireless structural health monitoring of the ferriby road bridge[J]. Journal of Bridge Engineering, 2010, 15(2): 153-159.
- [4] 姜绍飞, 吴兆旗. 结构健康监测与智能信息处理技术及应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [5] 涂成枫, 刘泽佳, 张舸, 等. 面向桥梁长期健康监测的大数据处理技术及应用[J]. 实验力学, 2017, 32(5): 652-663.
- [6] 史治宇, 罗绍湘, 张令弥. 结构破损定位的单元模态应变能变化率法[J]. 振动工程学报, 1998, 11(3): 356-360.
- [7] 吴子燕, 何银, 简晓红. 基于损伤敏感性分析的传感器优化配置研究[J]. 工程力学, 2009, 26(5): 239-244.
- [8] 张谢东, 张治国, 詹昊. 基于曲率模态和柔度曲率的结构多损伤识别[J]. 武汉理工大学学报, 2005, 27(8): 35-37, 55.
- [9] 阳洋, MOSALAM K, 金国芳, 等. 基于改进直接刚度法的加州某桥梁结构损伤评估研究[J]. 工程力学, 2012, 29(1): 114-120, 140.
- [10] 唐盛华, 罗承芳, 方志, 等. 振型归一化对梁结构柔度曲率损伤指标的影响[J/OL]. 计算力学学报, 2019: 1-10.
- [11] 周述美, 鲍跃全, 李惠. 基于结构灵敏度分析与稀疏约束优化的结构损伤识别方法[J]. 振动与冲击, 2016, 35(9): 135-140.
- [12] 夏志鹏, 王树青, 徐明强, 等. 基于 Tikhonov 正则化迭代求解的结构损伤识别方法[J]. 振动与冲击, 2019, 38(17): 251-259.
- [13] 杨斌, 程军圣. 基于奇异值分解及特征正交分解的结构损伤检测方法[J]. 振动与冲击, 2014, 33(22): 164-167.
- [14] REN W, ROECK G. Structural damage identification using modal data. I: simulation verification[J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(1): 87-95.
- [15] HOU R, XIA Y, BAO Y, et al. Selection of regularization parameter for l1-regularized damage detection[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 423: 141-160.
- [16] HOU R, XIA Y, XIA Q, et al. Genetic algorithm based optimal sensor placement for L1-regularized damage detection[J]. Struct Control and Health Monitoring, 2019, 26(1): e2274.
- [17] 李惠, 鲍跃全, 李顺龙, 等. 结构健康监测数据科学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [18] 骆紫薇, 余岭, 刘焕林, 等. 基于范数归一化和稀疏正则化约束的结构损伤检测[J]. 振动与冲击, 2018, 37(18): 30-35, 58.
- [19] 张纯, 陈林, 宋固全, 等. 基于 L1 正则化无迹卡尔曼滤波的结构损伤方法[J]. 工程力学, 2017, 34(8): 76-84.

(责任编辑: 方素华)