

# 一种不确定条件下飞机动态调度算法

方杰

(福建工程学院 交通运输学院,福建 福州 350118)

**摘要:** 针对飞机动态调度问题,分析航空公司航线时空网络特点,构建飞机动态调度时空网络路径图,定义剩余飞机的飞行路径,建立飞机动态调度模型。通过启发式的改进列生成算法迭代循环求解和分支定界策略的采用,寻找最优飞机动态调度飞行路径,生成动态调度方案。

**关键词:** 不确定性环境;时空网络;启发式列生成算法;分支定界策略

中图分类号: U8

文献标志码: A

文章编号: 1672-4348(2018)06-0553-07

## A dynamic scheduling algorithm for aircrafts under uncertain conditions

FANG Jie

(School of Transportation, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of aircrafts' dynamic scheduling, the characteristics of the time-space operation network of the routings were analyzed, a space-time network diagram of the aircrafts' dynamic scheduling was constructed, the remaining aircrafts' available routings were defined and a mathematical model for the aircrafts' dynamic scheduling was established. The iterative cyclic solution of the improved heuristic column generation algorithm and the branch and bound strategy were adopted to find out the optimal dynamically scheduled routings for the aircrafts, and produce a dynamic scheduling scheme.

**Keywords:** uncertain conditions; time-space network; heuristic column generation algorithm; branch and bound strategy

在航空公司日常运营过程中,自然灾害、事故灾难、公共安全事件等不确定性情况时常发生。针对中国民航常见的不确定情况(如抗震救灾、国外撤侨等)不可预见其结束时间的特点,主动根据调度响应的要求(时间、机型、数量等),调动合适的飞机运力(如高原适航、超远程航距、便于例检等)执行调配任务,在保障完成情况处理的前提下尽可能减少经济损失,对航空公司剩余飞机运力进行调度决策。“航班恢复”是在固定的调整时间窗内采用飞机运力增加和航班顺延或取消的方法,要求飞机运力从恢复执行回归到正常的航班计划。而飞机动态调度则需要优先满足调配

任务对飞机运力的要求以及抵达集结地航线和时间要求,同时以最经济方式的调整剩余可用飞机,在动态的时间窗内尽可能减少因抽调飞机和飞机运力调整引起的航班取消,从而减少航班效益损失。

目前,国内航空公司虽然也从国外引进了SOC 运控系统,具有航班恢复功能模块,但因国情和航班管理机制不同,国内不确定条件下的飞机动态调度主要还是依靠人工编排和调整来完成。人工调整会受到主观经验限制,而且难以在全局上进行科学地调度。由于不能通过“航班恢复”随意调整自身需要的航班时刻,当响应要求

收稿日期: 2018-11-18

基金项目: 福建省教育厅科技一般项目(JAT160336);福建工程学院校级科研项目(GY-Z17007)

作者简介: 方杰(1983-),男,福建福州人,讲师,博士,研究方向:运输系统仿真与优化。

的时间紧迫时,运控人员为了满足调配任务要求通常直接取消被抽调飞机所涉航班,从而给航空公司带来经济和信誉的损失。

在不确定环境下,航空公司的运营调度能力必须能够适应当时的国家应急和安全需要,同时兼顾经济和高效的生产需求。基于中国目前的民航应急体制,探索和提供快捷而实用的飞机动态调度理论与方法、提高航空公司在不确定性条件下的飞机调度处理能力既满足了航企的社会义务功能,又能够使其经济效益得到满足,对国家安全和国家经济发展具有十分重要的现实意义。

## 1 国内外研究现状

在欧美等民航发达国家,针对不确定条件下飞机运力动态调度研究的学术研究并不多见,其所谓的动态调度往往跟“旅客恢复”理论有关。如美国现采用国防部的 CRAF 计划与其本土航空公司合作,在不同等级预警功能时派遣不同规模的运力服从国防部的征召。作为回报,在平时给予一定规模的商业运输任务,由此来弥补航空公司由于战时飞机抽调而造成的经济损失<sup>[1]</sup>。而其在应急响应后的运营处理上,将所有被抽调的飞机视为运力的缺失,以不正常航班恢复的方法进行处理,不可避免的导致大量的航班取消和延误。因此,国外针对航班恢复技术的学术研究比较活跃,值得中国在飞机动态调度的方法上借鉴。1970 年代初,欧美学者就根据其自身逐步研究和建立“不正常航班恢复”的研究体系<sup>[2-3]</sup>。Teodorovic 和 Gang Yu 等学者把航班计划受各种原因影响而无法按原计划执行的现象,统称为航班计划遭受扰动 (Perturbation) 或干扰 (Disruption)。由此航班计划扰动问题 (Flight Disruption Management) 将飞机运力缺失和航班恢复等问题纳入体系。作为研究重点,飞机恢复的 Time-line 时空网络模型在 1996 年被 Yan<sup>[4]</sup> 提出,其经典的航班弧和隔夜弧时空模型将航班取消、调机等处理策略用一个单独的模型表示。在后续研究中 Yan<sup>[5]</sup> 构建了一个多机队时空网络,形成了多商品网络流问题 (Multiple commodity network flow problems), 将 NP-hard 问题通过拉格朗日松弛后,采用流分解算法搜索相关路径,并采用单纯法来最终解决。Thengvall<sup>[6]</sup> 使用了时空网络模型,引入取消、顺延及航班交换的处理策略。Bard<sup>[7]</sup> 学者又通过建立

Time-band 时空优化模型而最终采用线性整数规划优化方法来生成最终方案。Eggenberg<sup>[8]</sup> 等人首先为每架飞机或每种机型建立相应的航班网络从而将代价问题模型化,在采用带具有资源约束最短路径问题的列生成算法来解决定价问题。Andersson<sup>[9]</sup> 在研究中应用了改进的禁忌搜索和模拟退火算法。刘德刚<sup>[10]</sup> 在其博士论文中采用了资源分配模型和时间段网络模型结合的列生成算法进行求解。姚韵<sup>[11]</sup> 针对不正常航班恢复问题,提出了基于路径调整的启发式算法,分阶段处理航班延误列表,并通过变异迭代的方法获得多种方案。朱博<sup>[12]</sup> 采用混合集合规划方法的飞机恢复和启发式算法对航班重构解的旅客恢复评估,将问题拓展至飞机旅客一体化恢复。陈茂林<sup>[13]</sup> 等人设计了基于 CDM 的大系统协调分解方法,建立分解级协调级多级递阶结构模型以期求解。

根据上述研究内容及相关思路的启发,着重研究在不确定条件下航空公司飞机动态调度的理论和方法。首先,通过动态调度航班网络图的构建,以期搜索相关的飞机路径集合。由于飞机调度问题为 NP-hard 问题,根据其数据量大,无效方案多的特点,采用了启发式搜索方法,避免传统的列生成法的不断甚至无穷迭代的过程。根据实际应用中要求生成相应飞机调度方案的时间有限的特点,故采用带有重新启动和改进单纯形法的列生成算法,以期能够快速有效地使得解收敛,通过分支定界策略获得整数解,最终解得相关的飞机调度方案。最后给出实例分析,验证模型的可行性和算法的有效性。

## 2 构建飞机动态调度网络

### 2.1 飞机动态调度的约束分析

飞机动态调度需要首先处理的包括飞机机型、飞机技术适航状态和检修状态。在不确定性环境下,执行应急任务所需的机型不同,如在 2016 年利比亚撤侨行动中中国民航抽调的空客 A332、波音 747 以及 777,同属于具有 ETOPS 能力的远程大型飞机。在飞机被抽调后,需要有相应合适的替代型号飞机执行航班生产任务。在不确定性环境下突发情况的发生并进行应急响应后,在相应时间节点的飞机所处位置、适航状态也是需要重点考虑的因素之一。如调度飞机的故障

保留监控,可靠性评估以及动态任务调度起始时其到达的指定位置。在动态调度任务开始时相关的飞机的定期检修维护(相关的A、B、C级定检)是必须考虑到的约束条件之一。飞行安全的基本要求使得每架飞机必须在检修时间要求的时间窗内回到基地机场进行维护,即飞机路径的约束条件要求累计时间不得大于检修时间。上述约束都可以通过启发式深度优先搜索方法,以期生成相应的飞机路径集合表。

在生成的飞机路径集合表中,每架飞机只能选择一条路径,同时该路径的航班又不得出现在其他飞机路径选择中。与此同时,每架飞机选择的路径形成的集合所生成的调度方案,必须满足调度运营成本最小并且所有飞机的“可用时间”得到充分利用。飞机动态调度的主目标函数即为剩余飞机利用率的最大化,需要抽调受到影响“最小”的飞机,合理安排所有飞行时间,最大程度地执行剩余的航班生产任务。

## 2.2 飞机动态调度的时空网络描述

采用时空网络技术构建飞机动态调度网络图,能够针对每架飞机在时间和空间上所处的位置,进行方便清晰的跟踪,生成相关的飞机路径。通过这些路径所形成的集合,生成飞机动态调度方案。

**飞机节点:**动态调度涉及的所有机型飞机集合为 $K$ ,属于集合 $K$ 中的飞机相应的响应机场为 $k_{port}$ ,适航响应的时刻为 $k_{available}$ 。

**航班节点:**动态调度开始的时间窗所涉及的航班计划集合为 $F$ ,属于集合 $F$ 的航班 $f$ 包含了剩余航班 $f$ 和取消航班 $f_c$ 。每个航班节点都具备了地点属性(离港机场、进港机场)和时间属性(进港时间、离港时间)。

**起始边:**当飞机响应机场 $k_{port}$ 与航班节点中离港机场吻合,其可用时间 $k_{available}$ 在离港时间之前,则表示两节点可建立起起始边。

**连接边:**若动态调度时空窗内的航班节点满足离、进港机场相同、过站时间满足检修要求,则两个航班节点 $f$ 和 $f'$ 可以衔接。

**终止节点 $E$ :**动态调度时空网络中有向路径的终点,其包含时间约束(飞机适航状态达到检修等级)和唯一性约束(飞机完成航班任务)

**终止边:**当飞机在定检时间约束期间达到基地机场且距离定检时间不能满足下一次航班任务

需要,则将其最后到达的航班节点与终止节点连接,产生飞机路径。

## 2.3 飞机动态调度时空网络图的构建

“不正常航班恢复”的研究重点是在固定的时间窗内进行飞机恢复。而不确定情况下飞机动态调度的典型特征为应急情况的结束时间不可预见。在动态调度网络图(如图1所示)中科学合理的调整飞机节点和航班节点的数目,在每个动态时间窗内进行飞机节点和航班节点连接,将为SOC提供更多的选择(不仅限于当天的24h)。

通过在上述建立的网络节点集合中,进行起始边、衔接边和终止边的添加,即为每一架飞机在该动态时间窗内生成的可能的有向路径,定义为飞机路径。而在这些飞机路径集合中选择某些路径,进行航班计划的集合划分,即其组合优化又能保证主目标函数最优。动态时空网络图的优点在于飞机路径的生成过程能够通过时空网络图中的集合得到清晰体现。

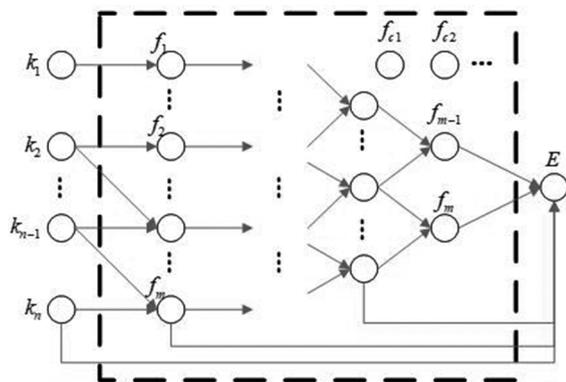


图1 飞机动态调度时空网络图

Fig.1 Time-space network of the aircrafts' dynamic scheduling

## 3 飞机动态调度问题的数学模型

当飞机 $k$ 符合抽调条件,且能够顺带执行相应的航班任务时,剩余的航班计划就在剩余的飞机运力资源中进行调配。在“航班恢复”<sup>[10]</sup>的理论研究中经常采用列生成算法来求解模型。其基本做法是通过网络图,在子问题的求解中寻找最小简约成本的飞机路径方案,加入到限制主问题中进行求解后不断迭代。受上述理论方法的启发,在飞机动态调度时空网络图中,根据所有 $K$ 集合飞机中的飞机 $k$ 所处的位置、适航状态和定

检信息,生成飞机路径  $r$  组成的飞机路径集合  $R$ 。每条飞机路径  $r$  相关的航班去除其相关飞机涉及到的对偶值,即可认为是其路径的简约成本,免去每次列生成迭代中都采用的最短路径搜索算法,在子问题中的处理中只需简单的加减批处理。

由此,研究首先采用启发式深度优先搜索算法,从每个飞机节点出发,结束于终止节点,生成所有的飞机路径,并通过每条路径标识位选入的方法,使得每次都能以快速的方式生成列加入到主问题中。

### 3.1 飞机动态调度的路径集合生成

将航空公司的飞机运行成本最小化作为优化目标,生成的每一条飞机路径必须遵循如下的编排规则:

(1) 必须使可用的飞机资源在执行相关的编排计划后能够回到原基地机场,以便完成维修。

(2) 生成的飞机路径必须在时间上顺序衔接,经停的时间必须满足相关的法规。

(3) 生成的飞机路径约束要求其累计飞行时间不得大于定期检修(主要为 A 检)的间隔时间。

根据以上论述给出飞机动态调度主流程图如图 2 所示。

### 3.2 数学模型

以上论述可知,飞机动态调度时空网络图生成的飞机路径  $r \in R$ 。飞机动态调度问题则是在网络图中寻找若干条  $r$  能够唯一且尽量覆盖剩余的航班计划  $F$ ,既存在的  $F$  子集合  $R' \subseteq R$ ,使得机队的执行  $R'$  运营成本最小。通过设置参数:飞机  $k$  执飞路径  $r$  运营成本  $c_r^k$ ;航班  $f$  的取消成本  $c'_f$ ;引入 0-1 决策变量:变量  $x_r^k$  表示飞机  $k$  是否执飞路径  $r$ ,变量  $y_f$  表示航班在方案  $R'$  中是否被取消,变量  $a_r^f$  表示航班  $f$  是否包含在路径  $r$  中。建立如下基于飞机动态调度网络模型:

$$\min Z = \sum_k \sum_r c_r^k x_r^k + \sum_f c'_f y_f \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_k \sum_r a_r^f x_r^k + y_f = 1; \quad f \in F \quad (2)$$

$$\sum_r x_r^k \leq 1; \quad k \in K \quad (3)$$

$$x_r^k = 0, 1; \quad k \in K, r \in R \quad (4)$$

$$y_f = 0, 1; \quad f \in F \quad (5)$$

$$a_r^f = 0, 1; \quad f \in F, r \in R \quad (6)$$

目标函数(1)说明了模型航班运行成本最小,即取消的航班最少,运营成本最低。约束(2)

表示每个航班的覆盖约束条件。约束(3)表示飞机路径唯一性或停车场约束。

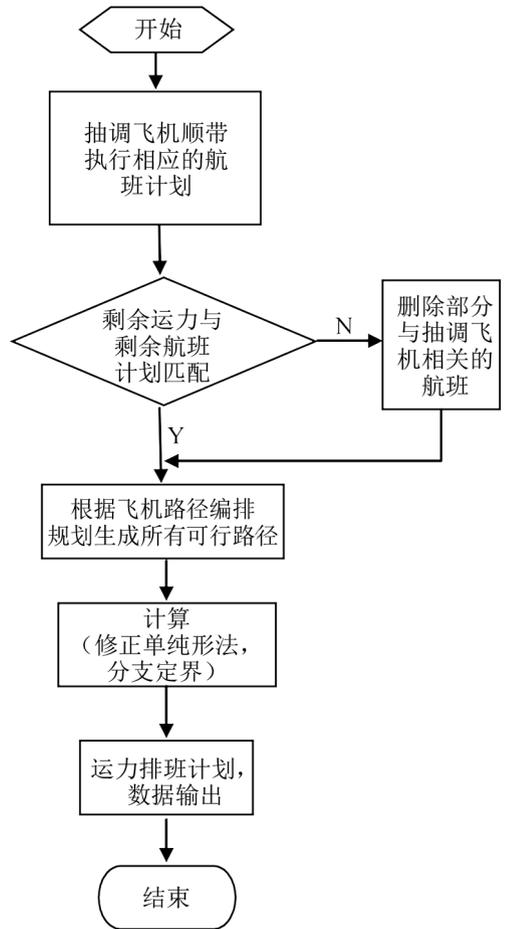


图 2 飞机动态调度流程图

Fig.2 Flow chart of the aircrafts' dynamic scheduling

## 4 启发式算法设计与求解

飞机路径集合  $R$  中的路径数量是根据航班数量呈指数级存在,导致飞机动态调度求解的解空间规模过于庞大,采用传统的单纯形法求解存在时间过长实用性过差的特点。

启发式方法通过计算每个航班和每架飞机对应的对偶变量值并加入到限制主问题中,通过重启技术,进一步避免了重复计算。通过在列生成方法中的不断迭代过程中循环计算直至求得主目标函数。在求解过程中针对模型 0-1 规划的特点设计了分支定界策略。

### 4.1 限制主问题的求解

航班的取消成本需要考虑载客量、客座率和票价等进行多个方面。而取消航班的成本远高于

用替代机型执飞的成本  $c_r^k$ , 所以剩余航班计划中的航班能够被最大化执行, 即  $y_f$  取为 1 的数量最少。而参数  $c_r^k$  的引入, 不仅将新的路径成本与原飞机计划的成本区分开来, 也便于成本的重新计算, 有助于算法的快速收敛。

因此将初始限制主问题设置为:

$$\min Z = \sum_f c_f^k y_f \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_k \sum_r \alpha_r^k x_r^k + y_f = 1; \quad f \in F \quad (8)$$

$$\sum_r x_r^k \leq 1; \quad k \in K \quad (9)$$

$$x_r^k = 0, 1; \quad k \in K, r \in R \quad (10)$$

$$y_f = 0, 1; \quad f \in F \quad (11)$$

$$\alpha_r^f = 0, 1; \quad f \in F, r \in R \quad (12)$$

显而易见, 其初始可行解为航班全部取消  $y_f = 1, f \in F$ 。在初始可行解的基础上, 进一步进行限制主问题的求解:

步骤 1: 在飞机动态调度网络图中选择若干条飞机路径加入至限制主问题中。通过路径唯一性约束式(9)加入人工变量  $x_k$  和航班覆盖约束(8)中的将  $y_f$  和  $x_k$  作为初始基变量。

步骤 2: 采用改进单纯形法求解限制主问题。

步骤 3: 求解子问题, 根据求解出的基逆  $B^{-1}$  和基变量, 得出航班和飞机的对偶变量  $(\pi_f, \pi_k)$ , 从而在表  $R$  中计算每个路径的简约成本:

$$c_r^{k'} = c_r^k - \sum_{f \in F} \alpha_r^f \pi_f - \pi_k$$

步骤 4: 假设  $\sigma = \min_{\forall r \in R} (c_r^{k'})$ , 若  $\sigma < 0$ , 则将相关最小的动态飞机路径加入到限制主问题中, 否则  $\sigma \geq 0$  算法结束, 得出最优解, 转步骤 5; 否则  $\sigma \geq 0$ , 算法结束, 当前得到最优解, 转步骤 6。

步骤 5: 采用改进单纯形的重启技术, 计算对应的单纯形表值  $B^{-1}P_r$ , 计算影子价格  $S = B^{-1}b / (B^{-1}P_r)$  并根据最小比值原则判定出基变量, 转步骤 2。

步骤 6: 判断最优解是否为分数决定是否采用分支定界策略进行处理。

#### 4.2 分支定界策略的应用

采用上述改进单纯形法生成的最优解难免存在非整数解的情况。非整数解不满足式(4)、(5)的约束, 必须应用经典的分支定界策略。首先将估值设置全部设置成航班全部取消。通过先分支再定界的原则, 在每个分支中都引入修正单纯形法,

使用重启技术进行迭代计算后重新进行判定。

(1) 当分支有整数, 得出整数解的不再分支, 进行上下界判断, 大于上界的表明成本高进行剪枝, 小于上界则保存为现有最优解动态调度方案。

(2) 若分支为分数, 则其最优目标函数保存为下界, 若大于上界则剪枝, 若小于上界则继续分支引入改进单纯形法计算。

(3) 分支过程中选择目标函数小且不为整数的枝进行分叉, 力求目标函数值收敛的速度最小。

## 5 实验与分析

实验测试环境为 Inter i7 2.8GHz CPU, 8G 内存, Win7 操作系统, 使用 Matlab 2016b 软件进行编程和数据计算。真实数据来源于国内某航空公司空客 A320 这种常见机型。测试实验选择一天的航班计划见表 1(示例)和相应的飞机计划为原始数据, 进行计算仿真实验。实验假设在不确定性环境下, 选取最忙碌的时段(8 点至 10 点)任取一个时刻征召了 10% 左右(根据飞机总数确定)的运力, 剩余飞机运力进行动态调度的过程。实验要求飞机所有的飞机应返回其原基地机场(外场过夜飞机需回到原航班计划设定机场)。实验设定剩余航班计划中最晚航班落地的时间作为动态调度时间窗的截点。

通过对传统的单纯形法、列生成法和启发式列生成算法 3 种方法的比较, 在数据规模不同的情况下(同规模的航班计划和飞机调度计划)进行验证见表 2。算法实验结果对比详见表 3 和图 3。3 种算法的优点为都是全局最优化算法, 给予充足的计算时间都能够得出相关最优解。但若是计算时间过长, 不符合航空公司日常运营动态调度的生产需求。在数据规模(飞机数目和航班数目)较小时, 都能够快速收敛, 得出最优动态调度方案。随着实验数据规模的扩大, 当采用中型航空公司的实际运营数据进行测试时, 随着算法的求解空间指数级的扩大, NP-Hard 问题的固有特点开始呈现, 求解出实际最优解的时间也不再服从线性增长分布。启发式列生成算法的计算时间相比较于单纯形法和列生成算法, 明显得到缩短, 克服了传统算法不满足中大型航空公司动态调度需要实时响应的需求。在不同的飞机动态调度模拟环境条件下, 其计算性能优于传统的单纯形法和列生成算法, 满足实际生产需求。

表 1 原航班计划表  
Tab.1 Original flight plan

| 序号  | 机号    | 机型  | 航班号    | 起飞站 | 到达站 | 起飞时间 | 到达时间  | 飞行时间/min | 座舱... |
|-----|-------|-----|--------|-----|-----|------|-------|----------|-------|
| 1   | B2130 | 320 | MU2701 | NKG | TAO | 7:40 | 8:45  | 65       |       |
| 2   | B2134 | 320 | MU2705 | NKG | CSX | 7:50 | 9:00  | 70       |       |
| 3   | B2285 | 320 | MU2755 | NKG | KHN | 7:55 | 8:55  | 60       | ...   |
| ⋮   | ⋮     | ⋮   | ⋮      | ⋮   | ⋮   | ⋮    | ⋮     | ⋮        |       |
| 104 | B6039 | 320 | MU2855 | NKG | CKG | 9:00 | 11:00 | 120      |       |

表 2 飞机动态调度计划表  
Tab.2 Aircrafts' dynamic scheduling plan

| 机号    | 机型  | 航班号 1 | 起飞时间 1 | 起飞站 1 | 到达时间 1 | 到达站 1 | 航班号 2 | 起飞时间 2 | 起飞站 2 | ... |
|-------|-----|-------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-----|
| B2134 | 320 | 2705  | 7:50   | NKG   | 9:00   | CSX   | 2705  | 10:00  | CSX   |     |
| B2285 | 320 | 2755  | 7:55   | NKG   | 8:55   | KHN   | 2755  | 9:55   | HKG   |     |
| ⋮     | ⋮   | ⋮     | ⋮      | ⋮     | ⋮      | ⋮     | ⋮     | ⋮      | ⋮     | ... |
| B6039 | 320 | 2855  | 9:00   | NKG   | 11:00  | GKG   | 2855  | 11:55  | CKG   |     |

表 3 算法结果对照表  
Tab.3 Algorithm results

| 飞机架数 | 航班数 | 被征召飞机<br>运力数 | 算法时间/s  |         |            |
|------|-----|--------------|---------|---------|------------|
|      |     |              | 单纯形法    | 列生成算法   | 启发式重启列生成算法 |
| 5    | 20  | 1            | 0.058   | 0.147   | 0.127      |
| 12   | 50  | 2            | 1.134   | 2.324   | 2.975      |
| 30   | 112 | 3            | 51.785  | 35.469  | 25.575     |
| 52   | 188 | 5            | 114.649 | 85.576  | 67.003     |
| 62   | 214 | 6            | 195.572 | 134.854 | 117.706    |
| 72   | 246 | 7            | 355.419 | 310.218 | 229.157    |
| 84   | 266 | 8            | >600    | 480.595 | 381.557    |

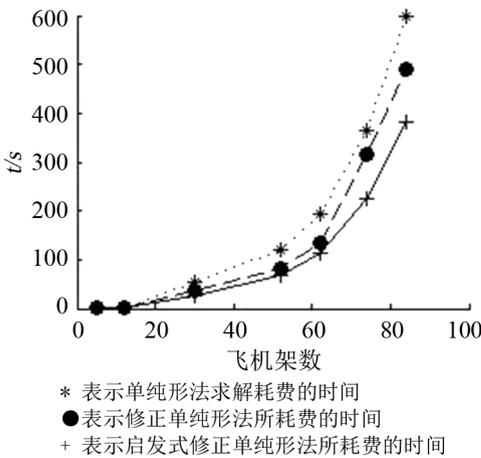


图 3 算法时间结果对比图

Fig.3 Comparison of the time for different algorithms

## 6 结语

根据中国现有航班运行管理体制特点,针对航班计划运行的动态调度要求,研究了不确定条件下飞机飞行路径的动态调配问题。通过构建机队飞行动态调度时空网络,建立基于飞机动态路径的网络流模型,能够清晰高效地跟踪飞机动态路径的集合生成。同时,以列生成算法为基础,运用启发式路径生成法改进其子问题处理的运行效率,运用分支定界法保证了限制主问题求解的正确性,生成最优飞机动态路径调度方案。实验结果表明,提出的模型算法能够有效解决飞机动态调度排班问题,为在不确定条件发生后机队动态调度的安全、高效、稳定运行提供了保障,满足运

营过程中的实时性要求,降低航空公司的运营成本。

### 参考文献:

- [1] Christopher Bolkcom. Foreign Affairs, Defense, and Trade Division, Civil Reserve Air Fleet[Z]. U.S. Department of Transportation, 2006.
- [2] TEODOROVIC D, GUBERINIC S. Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation[J]. European Journal of Operational Research, 1984, 15: 178-182.
- [3] Gang Yu, Xiangtong Qi. Disruption Management: Framework, Models and Application[M]. Singapore: World Scientific Publishing Co. Ltd. 2004;16-18.
- [4] YAN S, YANG D H. A decision support framework for handling schedule perturbations[J]. Transportation Research December, 1996, 30(6): 405-419.
- [5] YAN S, TU Y. Multi-fleet routing and multi-stop flight scheduling for schedule perturbation[J]. European Journal of Operational Research November, 1997, 103: 155-169.
- [6] THENGVALL B G, YU G, BARD J F. Multiple fleet aircraft schedule recovery following hub closures[J]. Transportation Research, 2001, 35: 289-308.
- [7] BARD J F, YU G, ARGUELLO M F. Optimizing aircraft routings in response to groundings and delays[J]. IIE Transactions, 2001, 33(10): 931-947.
- [8] EGGENBERG N, SALANI M, BIERLAIRE M. Constraint-specific recovery network for solving airline recovery problems[J]. Computers & Operations Research, 2010, 37: 1014-1026.
- [9] ANDERSSON T. Solving the flight perturbation problem with meta-heuristics[J]. Journal of Heuristics, 2006, 12: 37-53.
- [10] 刘德刚. 航空公司实时飞机和机组调配问题的研究[D]. 北京: 中国科学院应用数学所, 2002.
- [11] 姚韵. 航空公司不正常航班管理和调度算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
- [12] 朱博. 不正常航班恢复优化问题研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
- [13] 陈茂林, 庞明宝. 基于大系统分解协调的 CDM 下不正常航班恢复优化[J]. 数学的实践与认识, 2018, 48(3): 30-39.

(特约编辑: 黄家瑜)