

# 地震动混沌特性判别及影响因素分析

杜喜朋<sup>1,2</sup>, 吴琛<sup>1,2</sup>, 项洪<sup>1,2</sup>, 邓智元<sup>1,2</sup>

(1.福建工程学院 土木工程学院, 福建 福州 350118;

2.福建省土木工程新技术与信息化重点实验室, 福建 福州 350118)

**摘要:**采用主成分分析法与混沌时间序列分析方法对地震动的非线性特性进行分析,分别从定性与定量的角度考察地震动的非线性特性;探讨了地震动的要素对其混沌特性的影响。结果表明:地震动最大幅值的变化对混沌特性没有影响,而持时、频谱特性、采样频率等要素对混沌的定量指标均产生了影响。

**关键词:**地震动;主成分分析;混沌时间序列分析方法;最大 Lyapunov 指数;Kolmogorov 熵

**中图分类号:** P315.9

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-4348(2018)03-0236-06

## Identification of the chaotic characteristics of ground motion and analysis of its influencing factors

DU Xipeng<sup>1,2</sup>, WU Chen<sup>1,2</sup>, XIANG Hong<sup>1,2</sup>, DENG Zhiyuan<sup>1,2</sup>

(1.School of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

2.Fujian Provincial Key Laboratory of Advanced Technology and Informatization in Civil Engineering, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** The principal component analysis and chaotic time series analysis methods were applied to analyze the ground motion's nonlinear characteristics, which were investigated from both the qualitative and quantitative perspectives. The influence of the key elements of the ground motion on its chaotic characteristics was discussed. Results show that the change of the maximum value of ground motion has no effect on the chaotic characteristics. Such key elements as the duration, spectrum characteristics, sampling frequency and so on have impacts on the quantitative indicators of the chaos.

**Keywords:** ground motion; principal component analysis; chaotic time series analysis; maximal Lyapunov exponent; Kolmogorov entropy

地震动是一种典型的宽频带非平稳信号<sup>[1]</sup>,地震能量在时间与频率上表现出不均匀分布,其能量集中增加了结构的不安全和不稳定。并且由于地震动的传播介质具有非线性特性,使得原本复杂的地震动表现出更加强烈的非线性特征,从而增大了结构工作状态的研究难度。

关于地震动的非平稳特性,Housner<sup>[2]</sup>率先提出地震动是一随机过程,描述地震动随机特性的

模型有白噪声模型、过滤噪声模型及简谐波等模型<sup>[3]</sup>。然而,通过地震动的功率谱或 Hilbert 谱,却明显地发现,地震动的频谱与高斯白噪声的频谱有很大的差异<sup>[4]</sup>,这表明地震动除具有随机性外,还应具有一些隐藏在它表面无序下的其他规律。20 世纪 60 年代兴起的混沌理论为地震动提供了新的研究思路。混沌理论是一种国内外公认的理想研究方法,它已被广泛应用于气象学和物

收稿日期: 2018-02-28

基金项目: 福建省新世纪优秀人才支持计划项目(GYZ-160144);福建工程学院科研发展基金(GYZ-160126)

第一作者简介: 杜喜朋(1989-),男,河南滑县人,硕士研究生,研究方向:结构抗震理论与工程应用研究。

通信作者: 吴琛(1978-),女,福建福州人,教授,博士,研究方向:计算力学与工程应用研究。

理学等许多领域。本文将基于混沌理论,对地震动的混沌特性展开定量与定性分析,探讨地震动各要素对其混沌特性的影响,为后续结构失效机理的研究奠定理论基础。

### 1 混沌系统的基本特征

1975 年 Li 和 Yorke 在文章《周期 3 意味着混沌》中首次用数学语言定义了混沌<sup>[4]</sup>,而在动力系统中,混沌是非线性的确定性系统表现出来的随机行为的总称<sup>[5]</sup>。混沌系统具有以下基本特征<sup>[6]</sup>:

(1)对于系统的初始条件具有敏感性。一个确定系统初始值的微小改变在一定的时间内会演化出与初始值非常大的差值, Lyapunov 指数是衡量敏感依赖于初始值这一特性的指标。

(2)混沌是一种由确定性系统产生的伪随机运动。表面上看是杂乱无章,但通过一定的研究方法将发现其背后存在着一定的规律和秩序,即混沌运动是有序与无序的对立统一。

(3)混沌具有自相似性及分形特性。系统某一变量的运动轨迹在时域上表现出具有自相似性的层次结构,混沌吸引子可反映这一特征,如图 1 所示。

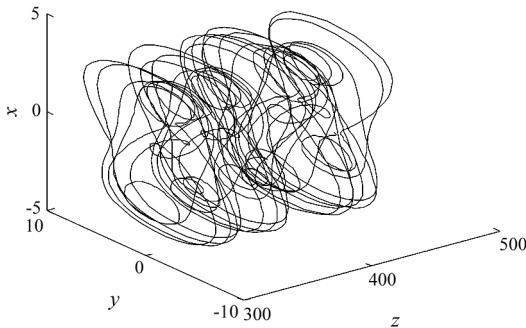


图 1 Duffing 系统吸引子  
Fig.1 Duffing system attractor

基于混沌理论的分析方法研究地震动的可行性有以下几点:

(1)混沌系统属于非线性动力系统,它的运动轨迹是长期不可确定的,地震动的发生及其对结构产生的影响也是不可预测的;

(2)混沌系统产生的信号是一种由确定性系统产生的伪随机运动。混沌系统在功率谱上表现出的特征与随机运动不同,它的频谱带宽较大,呈

现出“尖峰肥尾”的特征,而随机运动的功率谱在整个频带上分布均匀。

(3)地震动及其结构响应本身是一种时间序列,混沌时间序列分析方法的引入可拓宽其研究视野。

### 2 混沌特性的判别

混沌蕴含在非线性动力系统中,为了准确判断其动力特性,系统混沌特性的判别通常采用定性与定量两种方法<sup>[7]</sup>。

#### 2.1 混沌识别的定性指标

功率谱分析法、主成分分析法、改进的 FNN<sup>[4]</sup>法都在一定程度上能够区分随机运动和混沌运动。由于主成分分析法计算量小,识别效率高,本文采用该方法对目标进行了分析。

主成分分析法首先是通过一已知时间序列  $\{x(1), x(2), \dots, x(n)\}$  进行相空间重构(其中延迟时间为  $l$ 、嵌入维数为  $m$  的),得到轨线矩阵  $X_{l \times m} (l = n - (m - 1))$ ,然后计算协方差矩阵  $C$  为:

$$C_{m \times m} = \frac{1}{l} X_{l \times m}^T X_{l \times m} \tag{1}$$

并计算其特征值  $\eta_i (i = 1, 2, \dots, m)$ , (其中  $\eta_1 \geq \eta_2 \geq \dots \geq \eta_m$ ),最后对特征值求和:

$$\gamma = \sum_i^m \eta_i \tag{2}$$

以嵌入维数  $m$  为  $x$  轴,  $\ln(\eta_i/\gamma)$  为  $y$  轴作图,即为主成分谱图。由于噪声信号在不同的嵌入维数下特征值变化很小,在图上就显示出一条近乎平行于因变量的直线,如图 2 所示,其斜率近乎为 0。

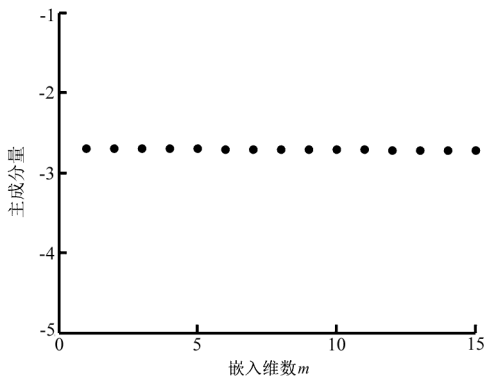


图 2 噪声序列的主成分谱图  
Fig.2 Principal components of the noise series

混沌信号在不同的嵌入维数下吸引子的展开程度不同,特征值变化很大,在图上表现出一条斜率为负的直线。图 3 为经典的非线性系统 Duffing 系统的主成分谱,其斜率  $k = -0.3$ 。

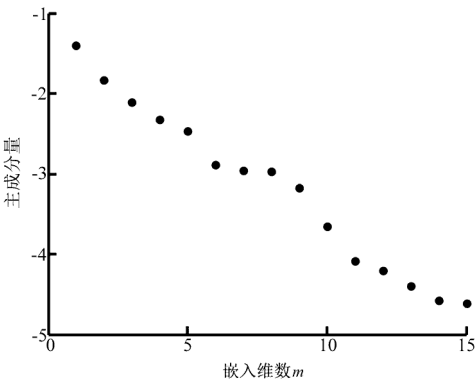


图 3 Duffing 系统的时间序列主成分谱图

Fig.3 Principal components of Duffing system's time series

2.2 混沌识别的定量指标

关联维数  $D$ 、Kolmogorov 熵及 Lyapunov 指数等定量指标是基于混沌时间序列的分析方法对混沌信号进行计算得到的参数,通过这些参数可评价混沌是否存在及混沌程度(紊乱程度的大小)。

(1) 关联维数  $D$

关联维数是判断系统是否存在混沌的指标,它描述了混沌吸引子的维数,通过对时间序列的相空间重构,计算关联积分,并利用 G-P 算法确定关联维数<sup>[13]</sup>。

$$D_{GP} = \frac{\ln C_n(r)}{\ln r}$$

(3)

其中,  $r$  为一很小的正数;  $C_n(r)$  为关联积分;  $D_{GP}$  为关联维数。

混沌系统的关联维数是一个分数,并且会随着嵌入维数的增大而趋于饱和,随机系统则不会出现饱和,因此关联维数的饱和趋势能够区分两者的差异。

(2) Lyapunov 指数

Lyapunov 指数可以定量的刻画初始相邻两条轨道随时间分离的敏感度。若非线性系统的 Lyapunov 指数  $\lambda > 0$ ,表明该系统处于混沌状态,本文采用小数据量法<sup>[9]</sup>计算最大 Lyapunov 指数。

(3) Kolmogorov 熵

Kolmogorov 熵是度量某动力系统无序程度的指标,混沌系统的  $K$  熵是大于零的有限值<sup>[8]</sup>,并

且  $K$  熵值越大,表明系统的无序程度越高,非线性特征越显著。Kolmogorov 熵同样可以通过 G-P 算法得到<sup>[10]</sup>。

3 地震动的混沌特性判别

本文选用 1952 年 7 月 21 日发生在美国加州的地震动 Taft 波(如图 4)进行混沌特性分析。该信号记录 54 s,时间步长为 0.02 s。

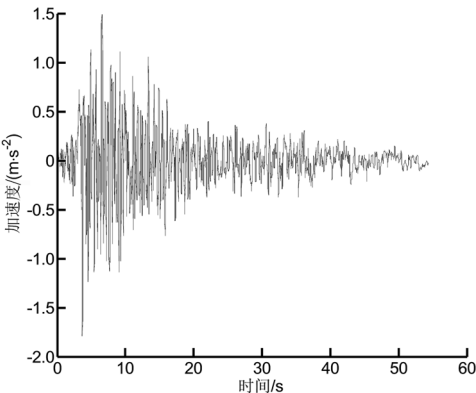


图 4 Taft 波时程曲线

Fig.4 Time history curve of Taft waves

3.1 混沌定性指标分析

采用主成分分析法绘制主分量与嵌入维数的关系曲线。如图 5,该直线斜率  $k = -0.1$ ,从而判断 Taft 波具有混沌特性。

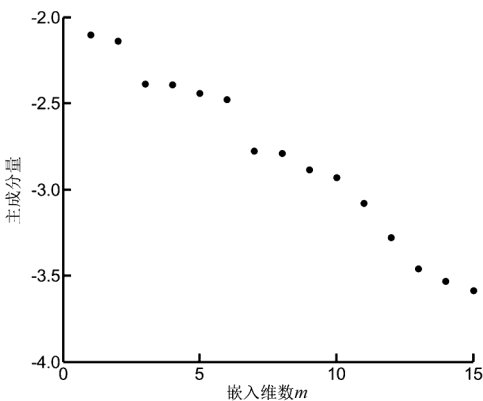


图 5 Taft 波的主成分谱图

Fig.5 Principal components of Taft waves

3.2 混沌定量指标分析

采用混沌时间序列分析方法对 Taft 波进行非线性特征参数计算,结果如表 1 所示。该地震波的关联维数  $D$  为 0.715 7,是一个分数,  $K_2$  熵为 0.127,最大 Lyapunov 指数  $\lambda$  为 0.458,表明 Taft 波

加速度时程存在混沌特性。

以上分析可知, 无论从混沌的定性还是定量指标判别, 地震动都具有混沌特性。

4 地震动混沌特性影响因素分析

地震动包含持时、频谱、最大峰值<sup>[1]</sup> 3 要素。下文将分析此 3 要素及采样频率对地震波的混沌特性的影响。

4.1 持时的影响

截取 Taft 波的部分记录进行分析。为避免截取的部分“失真”, 计算的持时部分不小于 30 s 且涵盖地震动的最大峰值。表 1 是 Taft 波在 30 ~ 54 s 区间内不同持时下混沌特征参数的计算值。

表 1 Taft 波的持时对混沌特性的影响  
Tab.1 The effects of duration of Taft waves on the chaotic characteristics

持时/s	关联维数 $D$	$K_2$ 熵	$\lambda$
30	1.795 7	0.465 7	0.465 0
35	1.550 3	0.371 8	0.465 1
40	1.238 6	0.285 2	0.433 1
45	1.005 3	0.202 5	0.443 0
46	0.964 1	0.194 2	0.436 4
47	0.925 4	0.181 8	0.447 8
48	0.889 3	0.172 2	0.438 8
49	0.857 5	0.162 5	0.456 6
50	0.828 7	0.153 8	0.475 4
51	0.800 8	0.147 3	0.469 1
52	0.773 9	0.141 1	0.469 8
53	0.748 3	0.134 9	0.463 9
54	0.715 7	0.127 0	0.458 0

本文还选取了频谱特性、最大峰值相近下的 CPC\_TOPANGA CANYON\_16\_nor 波、PEL\_HOLLYWOOD STORAGE\_90 波和 TRI\_TREASURE ISLAND\_90 波等 3 条波, 分析它们的持时变化对地震动混沌特性的影响, 绘制了  $K_2$  熵与持时的曲线, 如图 6 所示。

表 1 和图 6 显示: 持时越长,  $K_2$  熵值越小, 且在 35 s 后趋于稳定。这表明, 持时对混沌程度具有较大的影响, 所选取的持时越短,  $K_2$  熵越大, 混沌的复杂程度越集中, 反而高估了地震动的非线性程度。因此在时程分析选波时可选择  $K_2$  熵趋于稳定的持时, 从而既保证混沌程度的真实性, 又

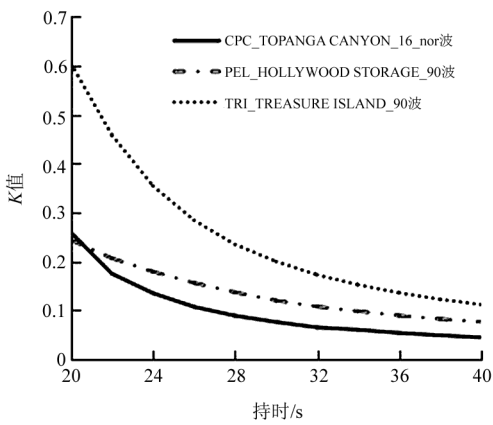


图 6 三条地震波的  $K_2$  熵与持时的关系曲线  
Fig.6 Curves of the relationship between  $K_2$  entropy and duration of three ground motion waves

可节约计算容量和时长。

4.2 频谱的影响

不同地震动的频谱特性差异较大, 选取近场地震动 H\_H-EMO000 波(记为 1 号波)、TCU073 波(记为 2 号波)和远场地震动 TCU110 波(记为 3 号波)、TCU115 波(记为 4 号波), 近场地震动截取它们的 0~40 s 的记录部分, 远场地震动截取它们的 20~60 s 的记录部分, 同时将它们的最大峰值统一调为 200 gal, 分析 3 条波的频谱特性及对混沌特性的影响。

HHT 变换能够有效的对地震动的频谱特性进行分析<sup>[11]</sup>, 因此, 对上述 4 条经过处理的地震动分别进行 HHT 变换, 得到的 Hilbert 能量谱如图 7~10。从能量谱中可知, 1 号波的特征频率为

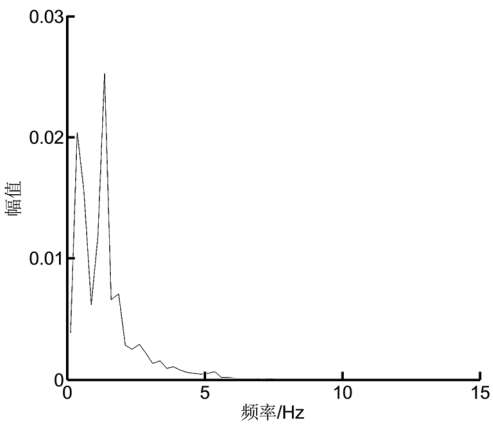


图 7 H\_H-EMO000 波的 Hilbert 能量谱  
Fig.7 The energy spectrum of the H\_H-EMO000 waves

2 Hz,2 号波的特征频率为 5 Hz,3 号波的特征频率为 0.9 Hz,4 号波的特征频率为 0.7 Hz。

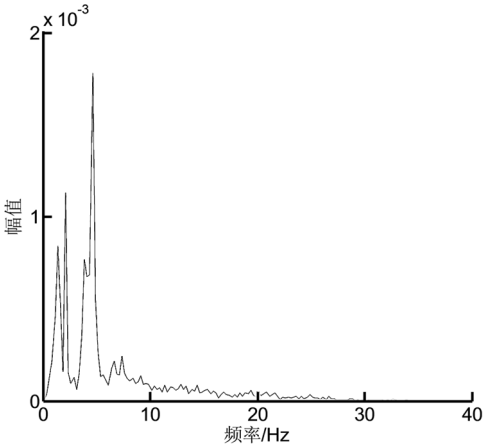


图 8 TCU073 波的 Hilbert 能量谱  
Fig.8 The energy spectrum of the TCU073 waves

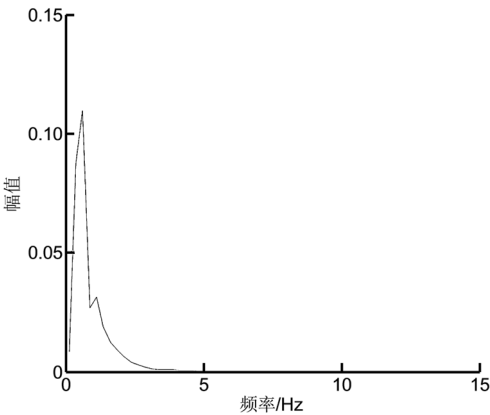


图 9 TCU110 波的 Hilbert 能量谱  
Fig.9 The energy spectrum of the TCU110 waves

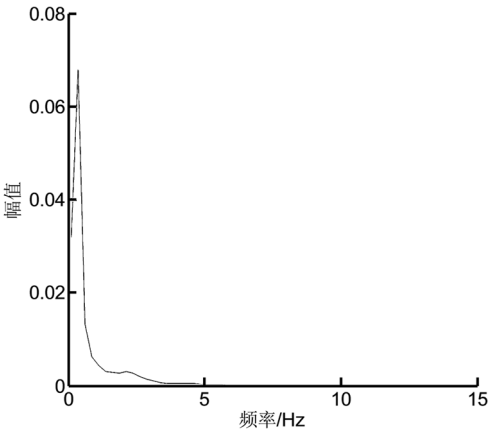


图 10 TCU115 波的 Hilbert 能量谱  
Fig.10 The energy spectrum of the TCU115 waves

表 2 地震动的频谱特性与  $K_2$  熵  
Tab. 2 Spectral characteristics and  $K_2$  entropy of ground motion

地震动	特征频率/Hz	$K_2$ 熵
1 号波	2.0	0.147 5
2 号波	5.0	0.129 9
3 号波	0.9	2.316 4
4 号波	0.7	1.691 2

对上述 4 条经过处理的地震波分别进行混沌时间序列分析,计算它们的指标  $K_2$  熵,结果(见表 2)表明:近场地震动的特征频率比远场地震动的特征频率大,而相应的  $K_2$  熵值却较小,说明远场地震动的非线性特征比近场地震动的更强。

4.3 最大幅值的影响

根据《建筑抗震设计规范》<sup>[12]</sup> 规定,设防烈度为 7 度的地区加速度时程最大值为 35 gal(多遇地震)和 220 gal(罕遇地震),为分析地震动最大幅值对混沌特性的影响,将 Taft 波分别进行上述调幅,并对其进行混沌特性分析,计算结果如表 3 所示。

表 3 调幅后 Taft 波的非线性特征参数  
Tab.3 Nonlinear characteristic parameters of Taft waves after amplitude modulation

调幅后的峰值 加速度/gal	关联维数 $D$	$K_2$ 熵	$\lambda$
35	0.715 7	0.127 0	0.458 0
220	0.715 7	0.127 0	0.458 0

由表 3 可知,对同一条地震波进行调幅,其混沌特征参数完全没有变化,说明幅值的调整对地震动的混沌特性不会产生影响。

4.4 采样频率的影响

以 CHY029 波为例,分析采样频率对混沌特征的影响。CHY029 波初始记录的采样频率为 100 Hz,分别选取采样频率为 50、25 Hz 进行混沌参数分析,持时部分为 0~40 s,选波满足最大峰值的要求,加速度最大幅值均为 200 gal。计算结果如表 4 所示。



表 4 CHY029 波的非线性特征参数

Tab.4 Nonlinear characteristic parameters of the CHY029 waves

采样频率/Hz	关联维数 $D$	$K_2$ 熵	$\lambda$
100	0.596 1	0.213 3	1.760 1
50	0.727 9	0.165 1	0.564 3
25	0.854 3	0.108 6	0.201 3

由表 4 可知,在地震动 3 要素相同的情况下,采样频率会对混沌特征参数产生影响,且地震动的采样频率越大,混沌特征参数的  $K_2$  熵也越大,地震动的非线性程度越接近真实值。

参考文献:

[1] 吴琛,周瑞忠.基于 Hilbert 谱的结构动力响应非线性特征分析[J].振动与冲击,2013,32(14):70-76.

[2] HOUSNER G W. Characteristic of strong motion of earthquakes [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1947, 37(1): 19-31.

[3] 胡聿贤.地震工程学[M].2 版.北京:地震出版社,2006.

[4] 杨迪雄,杨丕鑫.强震地面运动的混沌特性分析[J].防灾减灾工程学报,2009,29(3):252-260.

[5] 彭蛟龙.陆地地震勘探环境噪声混沌特性及建模研究[D].长春:吉林大学,2013.

[6] 宋春艳.基于混沌理论的信息加密技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2013.

[7] 韩敏.混沌时间序列预测理论与方法[M].北京:中国水利水电出版社,2007.

[8] 吕金虎,陆君安,陈士华.混沌时间序列分析及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2002.

[9] 张挺.基于混沌理论检测微弱地震信号方法的探讨[D].西安:长安大学,2013.

[10] 胡雪兰.三维自治混沌系统的分析、同步与电路实现[D].天津:天津大学,2015.

[11] 吴琛,周瑞忠.Hilbert-Huang 变换在提取地震信号动力特性中的应用[J].地震工程与工程振动,2006,26(5): 41-46.

[12] 中华人民共和国住房和城乡建设部.建筑抗震设计规范:GB 50011-2010[S].北京:中国建筑工业出版社,2010.

(责任编辑:陈雯)

5 结论

- 1)地震动的持时越短, $K_2$ 熵越大;持时越长  $K_2$ 熵越趋于稳定,选取  $K_2$ 值趋于稳定的持时,可提高计算效率的同时又能保证混沌程度的真实性;
- 2)远场地震动的特征频率比近场地震动的特征频率更小,而  $K_2$ 熵值更大,远场地震动的非线性程度更强;
- 3)地震动的幅值调整对混沌定量指标没有影响;
- 4)在地震动持时、频谱特性、最大幅值相同的情况下,采样频率越大,地震动的混沌混沌特性也接近实际值;选取  $K_2$ 值趋于稳定的采样频率,可提高计算效率的同时又能保证混沌程度的真实性。