

# 两轮自平衡机器人的滑模控制方法研究

戴福全, 阮玉镇

(福建工程学院 机械与汽车工程学院, 福建 福州 350118)

**摘要:** 基于拉格朗日函数法建立了机器人的动力模型, 并基于滑模控制方法设计了机器人的鲁棒控制器, 实现了机器人的平衡、转向和行走等控制任务。滑模控制器是一种鲁棒控制方法, 当进入滑模态后, 控制能够保证机器人在外力干扰和参数变化等情况下依旧保持控制性能。通过 MATLAB 和 ADAMS 联合仿真环境, 控制器的控制效果得到了验证, 证明了所设计的控制方法是可行的, 能够达到所要求的控制性能。

**关键词:** 两轮自平衡机器人; 动力学控制; 滑模控制方法; 动力学仿真

**中图分类号:** TH113.2

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-4348(2016)04-0376-06

## The control technology of two-wheeled self-balancing robot based on sliding mode control

Dai Fuquan, Ruan Yuzhen

(College of Mechanical and Automotive Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** A dynamic robot model was established based on the Lagrangian function method and a robot robust sliding mode controller was designed to enable the control of the robot balance, steering and walking. The sliding mode controller belongs to robust control method that can maintain the control performance of the robot under external disturbances and parameter variation. The control effect of the robot controller was verified via the joint simulation of MATLAB and ADAMS, which indicates that the method presented is feasible and effective.

**Keywords:** two-wheeled self-balancing robot; dynamic control; sliding mode control; dynamic simulation

两轮自平衡机器人是一种将两个轮子同轴布置的机器人, 具有占地小、零半径转弯、结构紧凑等特点, 自出现以来得到了世界范围内研究者的关注<sup>[1-6]</sup>。两轮机器人可以用作载人交通工具, 比如 Segway<sup>[3]</sup>, 以及室内服务机器人等。此外, 由于这种机器人的非线性、多耦合以及欠驱动特性, 两轮机器人常被用于先进控制方法的验证平台, 以及用于控制类课程教学中<sup>[7-8]</sup>。然而, 由于两轮自平衡机器人的静态非稳定的特性, 需要控制器动态调整以维持机器人的平衡状态, 实现机

器人的稳定控制是一项严峻挑战。

2002年, Grasser等人提出了一种称为“JOE”的两轮自平衡机器人<sup>[9]</sup>, 该机器人由两个解耦的状态空间控制器来控制, 控制器是基于机器人线性化模型设计的, “JOE”的出现掀起了新的两轮机器人研究热潮。商业化方面, Segway公司推出的一款个人交通工具就是基于两轮自平衡机器人的原理<sup>[10]</sup>, 并取得了商业上的成功。由于两轮自平衡机器人复杂的非线性, 两轮机器人平台很适合用于控制方法的验证平台。J.Solis等人开发了

收稿日期: 2016-06-15

基金项目: 国家 863 计划(2013AA041006)

第一作者简介: 戴福全(1987-), 男, 福建龙岩人, 讲师, 博士, 研究方向: 机器人。

一种基于两轮自平衡机器人平台,用于向本科生介绍自动化设备相关的基础知识<sup>[8]</sup>。S.C.Lin 和 C.C.Tsai 开发了一种自平衡机器人交通工具,用于反馈控制的教学<sup>[7]</sup>。控制方法方面,一开始在两轮自平衡机器人上得到成功应用的是 PID 和 LQR 等经典线性控制方法,随着研究的深入,越来越多的非线性、智能控制方法被应用到这种机器人的控制中,如模糊控制<sup>[11-12]</sup>、滑模控制<sup>[13]</sup>、神经网络控制<sup>[2,14]</sup>等。黄剑等人研究了两轮自平衡机器人的鲁棒速度跟踪问题,为了解决模型不确定问题,作者基于滑模控制方法设计了滑模控制器,并通过仿真和实验验证了控制方法的有效性<sup>[13]</sup>。K.H.Su 等人采用智能控制结构来处理参数变化、负载干扰、非线性摩擦等非结构不确定性问题<sup>[15]</sup>,在该方法中,采用模糊控制和神经网络控制结合的方法,其中模糊控制器是主控制器,神经网络起辅助作用。

本文针对两轮自平衡机器人的平衡及行走控制等问题,采用拉格朗日函数法建立了机器人的动力学模型,基于滑模控制方法设计了机器人的平衡、转向和行走控制器,并进行了动力学仿真,验证了控制方法的有效性。

## 1 系统结构及动力学模型

### 1.1 机器人系统结构

如图 1 所示为本文所研究的两轮自平衡机器人,这种机器人的特点在于两个车轮是同轴布置的,每个车轮由一个独立的直流伺服电机驱动,机器人的控制系统及负载等在轮轴上方,由此形成了一个轮式倒立摆系统。

机器人的控制核心采用的是意法半导体的 STM32 系列单片机,该控制器工作频率达到 72 MHz,具有丰富的外设,能够满足机器人控制的需求。为了测量机器人的倾角,系统采用加速度计和陀螺仪相结合的方式作为机器人的传感器。加速度计能够测量重力加速度的分量,从而解算出机器人本体的倾角,但是加速度计测量结果容易受到震动的影响。另一方面,陀螺仪可以测量倾角速度,并通过积分得到角度值。但是,陀螺仪本身也有固有缺陷,陀螺仪输出具有漂移现象,不适合长时间的测量。通过将这两种传感器的优势互补,最终获取准确的机器人倾角信息,为控制算法提供可靠的反馈。

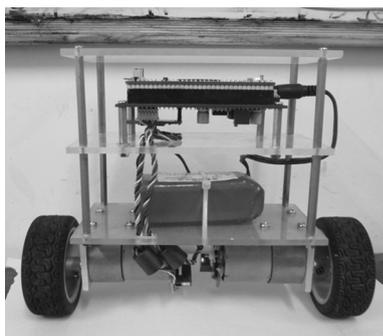


图 1 两轮自平衡机器人

Fig.1 Two-wheeled self-balancing robot

### 1.2 机器人的动力学模型

在不影响最终控制效果的前提下可将机器人简化,如图 2 所示,简化之后的机器人由左、右车轮和车身体 3 部分组成。其中,左、右车轮是同轴布置的,因此构成的机器人系统是静态不稳定系统。在建模之前,需要进行必要的假设:机器人由刚体组成,各部分不产生变形;机器人具有对称结构;同时,车轮与地面之间作纯滚动。

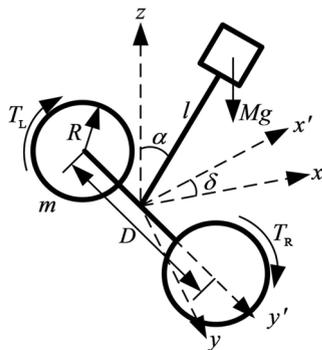


图 2 两轮自平衡机器人三维简图

Fig.2 Three dimensional diagram of two-wheeled self-balancing robot

为了方便接下来的讨论,先统一给出下文所涉及的参数描述:

$l$  为车体重心与车轮公共轴的距离;  $M$  为车体质量;  $m$  为车轮质量;  $D$  为左右车轮间距;  $J_b$  为车体绕  $x$  轴的转动惯量;  $J_w$  为车轮绕  $x$  轴的转动惯量;  $J_s$  为车体绕  $z$  轴的转动惯量;  $R$  为车轮半径;  $T_L$  为作用在左车轮上的扭矩;  $T_R$  为作用在右车轮上的扭矩;  $T$  为机器人等效平衡扭矩;  $T_s$  为机器人等效转向扭矩;  $x$  为机器人直线方向位移;  $\dot{x}$  为机器人直线方向速度;  $\theta$  为车轮转角;  $\alpha$  为机

机器人倾角;  $\dot{\alpha}$  为机器人倾角速度;  $\delta$  为机器人偏航角;  $\dot{\delta}$  为机器人偏航角速度。

实际中,机器人一般工作在平衡状态,此时机器人倾角非常小。在这种条件下,机器人直线方向的运动与转向运动基本上互不干扰,因此机器人的模型可以动力学解耦成直线方向动力学模型与转向方向动力学模型,两个模型分别描述了在各自控制器作用下的运动规律。在这种情况下,机器人运动可以在两个视图下分别进行分析,如图 3 所示为机器人的侧视图和俯视图。侧视图描述了机器人直行方向的运动,俯视图描述了机器人的转向运动。

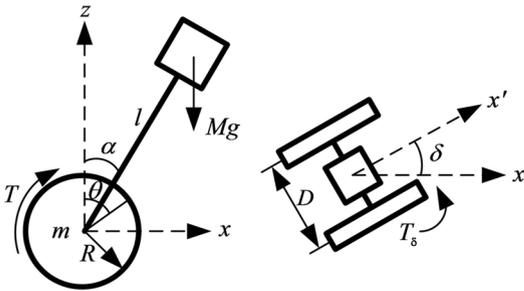


图 3 机器人侧视图和俯视图

Fig.3 Side view and top view of robot

利用拉格朗日函数方法建模,首先要根据系统自由度选定广义坐标。广义坐标数量与系统的自由度相同,设系统有  $n_f$  个自由度,则广义坐标  $q_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n_f$ ) 由  $n_f$  个独立变量组成。根据所选广义坐标,拉格朗日方程可以写成:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j (j = 1, 2, \dots, n_f) \quad (1)$$

其中,  $L$  表示系统的拉格朗日函数;  $Q_j$  表示除了有势力以外的广义力。

根据机器人运动的自由度,可以选择  $x$ 、 $\alpha$  和  $\delta$  为广义坐标,则相应广义力为

$$Q_1 = \frac{T_L + T_R}{R} \quad (2)$$

$$Q_2 = -(T_L + T_R) \quad (3)$$

$$Q_3 = D \frac{(T_R - T_L)}{R} \quad (4)$$

拉格朗日函数为系统动能与势能之差:

$$L = E - V \quad (5)$$

其中,  $E$  表示系统总动能;  $V$  表示系统势能。

将机器人的拉格朗日函数代入式(1),可以

得到机器人的直行和转向动力学模型。其中,直行动力学模型描述了机器人在竖直平面内的运动:

$$\begin{cases} m_{11} \ddot{x} + (m_{12} \cos \alpha) \ddot{\alpha} = T + (m_{12} \sin \alpha) \dot{\alpha}^2 \\ (m_{12} \cos \alpha) \ddot{x} + m_{22} \ddot{\alpha} = -T + G_b \sin \alpha \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $T$ ,  $m_{11}$ ,  $m_{12}$ ,  $m_{22}$  和  $G_b$  表达式为:

$$\begin{cases} T = (T_L + T_R) / 2 \\ m_{11} = (m + M)R + J_\omega / R \\ m_{12} = MLR \\ m_{22} = MLR^2 + J_b \\ G_b = Mgl \end{cases} \quad (7)$$

转向动力学模型为:

$$\dot{\delta} = \frac{T_\delta D}{J_\delta R} \quad (8)$$

其中,  $T_\delta$  为等效转向力矩,表达式为:

$$T_\delta = T_R - T_L \quad (9)$$

## 2 平衡控制及行走控制方法

### 2.1 平衡控制器设计

两轮机器人是一个强非线性复杂系统,不可能建立完全准确的模型,由于干扰的存在,两轮机器人的控制是此类机器人的难点。考虑到两轮机器人控制的复杂性,本文采用滑模控制方法来实现机器人的控制。滑模变结构控制是一种变结构控制方法,这种方法按照系统的状态,动态地切换控制结构,迫使系统状态到达并保持在预定的“滑动模态”上。滑模变结构控制是一种鲁棒控制方法,所谓鲁棒控制是存在建模不确定性以及外在干扰等因素的情况下,控制器仍能保证系统性能的控制方法。当系统状态处于滑模曲面时,系统参数变化以及干扰对系统动态特性将不再起作用,这个特性称之为滑动模态的不变性。

为了便于控制器的设计,首先将机器人动力学模型改写成状态空间形式。选择直线速度  $\dot{x}$ 、倾角  $\alpha$  和倾角速度  $\dot{\alpha}$  为状态变量,即

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (10)$$

则机器人直行动力学可以写成:

$$\mathbf{M}(X)\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(X) + \mathbf{U} \quad (11)$$

其中,

$$\mathbf{M}(X) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{12}\cos x_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ m_{12}\cos x_2 & 0 & m_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{F}(X) = \begin{bmatrix} (m_{12}\sin x_2)x_3^2 \\ x_3 \\ G_b\sin x_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ -T \end{bmatrix} \quad (14)$$

设  $X_d$  为状态期望值,状态误差可以表示为:

$$e = X_d - X \quad (15)$$

在状态误差基础上,选择滑模切换面为:

$$s = Ce \quad (16)$$

其中,  $C$  为待定常数矩阵,表示为:

$$C = [c_1 \quad c_2 \quad c_3] \quad (17)$$

为了保证系统轨迹到达切换面,切换面函数的变化率选为:

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) \quad (18)$$

将式(16)代入式(18),并考虑到(11)和

(15),可得

$$CX_d - CM^{-1}F(X) + \varepsilon \operatorname{sgn}(s) = CM^{-1}U \quad (19)$$

从(19)可以解得控制器的表达式,即等效平衡力矩  $T$  为

$$T = \frac{m_{11}m_{22} - \cos^2 x_2 m_{12}^2}{m_{22}c_1 + m_{12}(c_1 - c_3)\cos x_2 - m_{11}c_3} \cdot (CX_d - CM^{-1}F(X) + \varepsilon \operatorname{sgn}(s)) \quad (20)$$

## 2.2 转向控制方法

转向控制器的设计类似于平衡控制器,首先定义偏航角误差为:

$$e_\delta = \delta_d - \delta \quad (21)$$

其中,  $\delta_d$  为期望偏航角。

在偏航角误差基础上,选择滑模切换面为:

$$s_\delta = c_\delta \dot{e}_\delta + e_\delta \quad (22)$$

其中,  $c_\delta$  为待定常数。

为了保证滑模面的可达性,选择  $s_\delta$  的导数为:

$$\dot{s}_\delta = -\varepsilon_\delta \operatorname{sgn}(s_\delta) \quad (23)$$

从式(8)和式(21)~(23)可以得到转向控制器为

$$T_\delta = J_\delta R \frac{c_\delta \dot{\delta}_d + (\delta_d - \delta) + \varepsilon_\delta \operatorname{sgn}(s_\delta)}{D} \quad (24)$$

基于平衡控制器和转向控制器的控制量,可

以得到两轮机器人左右轮的最终扭矩为:

$$T_R = T + \frac{T_\delta}{2} \quad (25)$$

$$T_L = T - \frac{T_\delta}{2} \quad (26)$$

## 2.3 行走控制方法

行走控制方法原理如图4所示。控制器由两个闭环组成,内环是倾角控制环,外环是行走速度控制环。速度控制环将期望速度  $\theta_d$  与实际车轮角速度  $\theta$  相减,得到的速度误差送入速度控制器,速度控制器再计算出倾角参考指令  $\alpha_d$ ;倾角控制器根据倾角参考指令  $\alpha_d$  与实际倾角  $\alpha$  之间的误差,实时计算出电机扭矩  $T$ 。

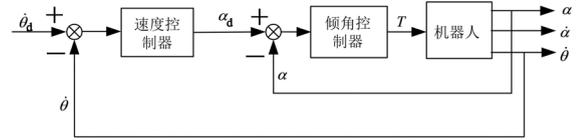


图4 行走控制法原理框图

Fig.4 The schematic of walking control

倾角控制器基于上文所设计的平衡控制器,不同的地方在于,平衡控制器的切换函数中倾角  $\alpha$  被替换为倾角误差

$$e_\alpha = \alpha_d - \alpha \quad (27)$$

而速度控制器采用简单的PID控制方法,也就是:

$$\alpha_d = K_p(\theta_d - \theta) + K_i \int (\theta_d - \theta) dt + K_d \frac{d}{dt}(\theta_d - \theta) \quad (28)$$

## 3 动力学仿真实验

仿真环境是基于ADAMS与MATLAB构建的联合仿真环境,即通过ADAMS建立机器人的多刚体模型,再在MATLAB中实现控制算法。采用ADAMS建立机器人模型的方法能够有效避免机器人建模的复杂性和不准确性,并且可以很直观地展示机器人运动的效果。机器人参数如下:车体质量为15 kg,车轮质量为2.17 kg,车轮转动惯量为0.09 kg/m<sup>2</sup>,车身转动惯量为0.65 kg/m<sup>2</sup>,车轮半径为0.16 m,车体重心为0.165 m,并设车轮与地面摩擦系数为0.01,最终建立的机器人模型如图5所示,该模型由机器人本体、左车轮和右车轮3部分组成。在机器人与地面之间添加了接触

力,以模拟机器人在地面行走时的约束。

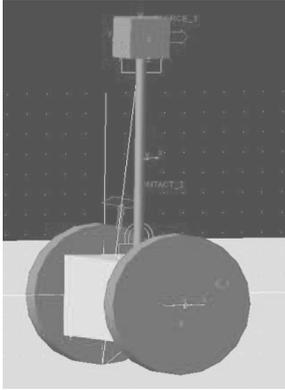


图 5 两轮机器人的 ADAMS 模型

Fig.5 ADAMS model for two-wheeled robot

控制算法则在 MATLAB 中实现,为了便于算法的表达,采用了 S-函数来实现所设计的控制算法。利用 S-函数可以将控制方法封装成 Simulink 模块,从而以图形化的方式进行仿真。仿真过程中,Simulink 先从 ADAMS 得到的机器人模型中获取状态信息,根据得到的状态信息,Simulink 再计算控制器输出,并将控制输出传递至 ADAMS,从而实现闭环的动力学控制仿真。

首先进行的是外力干扰下两轮机器人的平衡恢复仿真,仿真中通过在机器人顶部施加外力,以测试机器人在平衡控制器作用下的抗干扰能力。仿真开始阶段,在机器人顶部施加大小为 5 N 的推力,并持续 0.1 s,这样机器人倾角将产生一个偏离零位的值。在平衡控制作用下,机器人将从这个偏移倾角逐渐恢复至零位。仿真结果如图 6 所示,从图中可以看到,开始阶段机器人倾角在外力干扰下逐渐变大,随着仿真的进行,机器人很快恢复了平衡,倾角值最终保持在零位附近。

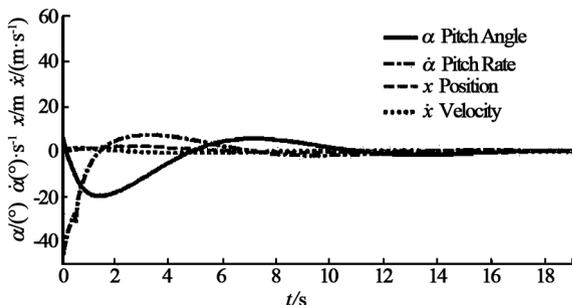


图 6 平衡控制仿真

Fig.6 Balance control simulation

其次,进行了转向仿真以验证转向控制器的效果,转向仿真结果如图 7 所示。从图中可以看

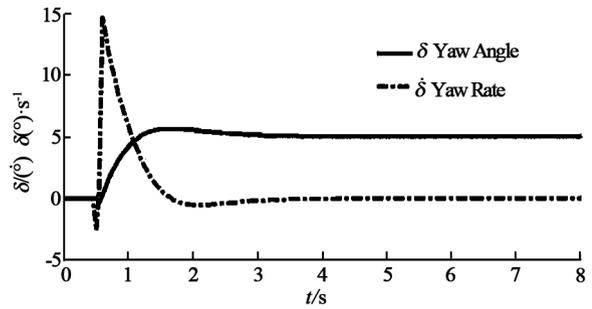


图 7 转向控制仿真

Fig.7 Steering control simulation

到,机器人在 0.5 s 接收到转向指令后立即开始转向,转向过程平滑并且超调很小,最终偏航角稳定在指定的期望偏航角。

最后进行行走控制仿真,结果如图 8 所示。图中红色曲线为两轮机器人车轮转速,可以看出,两轮自平衡机器人在所设计的行走控制器下能够达到期望速度,并在期望速度上保持稳定。蓝色曲线为仿真中机器人的倾角,在初始的加速阶段,机器人倾角逐渐增大,而当机器人行走速度达到

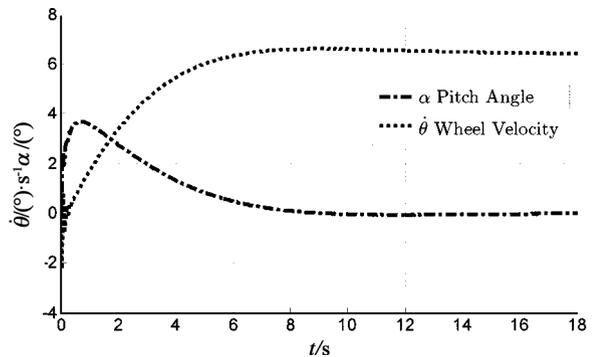


图 8 行走控制仿真

Fig.8 Walking control simulation

期望速度后,倾角逐渐减小,并最终回到零值附近,机器人也就恢复了竖直状态。在此过程中,机器人倾角最大值约 4°。

## 4 结论

研究了两轮自平衡机器人的控制问题,首先基于拉格朗日函数法建立了机器人的动力学模型,该动力学模型分为竖直平面内的运动模型以及转向模型。其中,基于滑模控制方法设计了机

机器人的鲁棒控制器,实现了机器人的平衡、转向和行走等控制任务。机器人的平衡控制器负责机器人的平衡控制,转向控制器则实现机器人的转向动作任务,而行走控制器是基于平衡控制器实现的。行走控制器根据行走速度误差来输出期望的

机器人倾角,该期望倾角通过机器人平衡控制器实现机器人的角度控制。最后,通过 MATLAB 和 ADAMS 联合仿真环境,控制器的控制效果得到验证,证明所设计的控制方法可行,能够达到所要求的控制性能。

## 参考文献:

- [1] Lin S C, Tsai C C, Huang H C. Adaptive robust self-balancing and steering of a two-wheeled human transportation vehicle[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2011, 62 (1): 103-123.
- [2] Peng Y F, Chiu C H. The implementation of wheeled robot using adaptive output recurrent CMAC[C]//Proceedings of 2008 IEEE International Joint Conference on Neural Networks. Hong Kong: IEEE, 2008, 1(8): 2942-2947.
- [3] Sawatzky B, Denison I, Tawashy A. The Segway for people with disabilities[J]. American Journal of Physical Medicine & Rehabilitation, 2009, 88: 484-90.
- [4] Dai F Q, Li F X, Bai Y, et al. Development of a coaxial self-balancing robot based on sliding mode control[C]//Proceedings of 2012 International Conference on InMechatronics and Automation (ICMA). Chengdu: IEEE, 2012: 1241-1246.
- [5] 段旭东,魏衡华,陈星.基于 DSP 的二轮小车-倒立摆系统[J].控制工程, 2004, 11(6): 4-8.
- [6] 杨兴明,丁学明,张培仁,等.两轮移动式倒立摆的运动控制[J].合肥工业大学学报(自然科学版), 2005, 28(11): 1485-1488.
- [7] Lin S C, Tsai C C. Development of a self-balancing human transportation vehicle for the teaching of feedback control[J]. IEEE Transactions on Education, 2009, 52(1): 157-168.
- [8] Solis J, Nakadate R, Yoshimura Y, et al. Development of the two-wheeled inverted pendulum type mobile robot WV-2R for educational purposes[C]//Proceedings of 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. St. Louis: IEEE, 2009: 2347-2352.
- [9] Grasser F, D'Arrigo A, Colombi S, et al. JOE: a mobile, inverted pendulum[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2002, 49(1): 107-114.
- [10] Babazadeh R, Khiabani A G, Azmi H. Optimal control of Segway personal transporter[C]//Proceedings of 2016 4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA). Qazvin: IEEE, 2016: 18-22.
- [11] Tsai C C, Ju S Y, Hsieh S M, et al. Trajectory tracking of a self-balancing two-wheeled robot using backstepping sliding-mode control and fuzzy basis function networks[C]//Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei: IEEE, 2010: 3943-3948.
- [12] Li C Q, Gao X S, Huang Q, et al. A coaxial couple wheeled robot with T-S fuzzy equilibrium control[J]. Industrial Robot, 2011, 38: 292-300.
- [13] Huang J, Guan Z H, Matsuno T, et al. Sliding-mode velocity control of mobile-wheeled inverted-pendulum systems[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(4): 750-758.
- [14] Tsai C C, Huang H C, Lin S C. Adaptive neural network control of a self-balancing two-wheeled scooter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(4): 1420-1428.
- [15] Su K H, Chen Y Y, Su S F. Design of neural-fuzzy-based controller for two autonomously driven wheeled robot[J]. Neurocomputing, 2010, 73(13): 2478-2488.

(责任编辑:陈雯)