

doi:10.3969/j.issn.1672-4348.2016.01.013

微粒群算法参数设置的正交试验分析

林振思, 刘国买, 孙磊

(福建工程学院 管理学院, 福建 福州 350118)

摘要: 微粒群算法(PSO)提出后,由于其优越的性能和易用性而得到了广泛的应用。传统 PSO 在算法参数设置上主要凭研究者经验进行选择,难免存在主观随意性偏差。采用正交试验设计的方法对 PSO 算法的 w 、 c_1 、 c_2 参数设置进行试验分析,从而提出较好的参数设置。通过对 4 个标准测试函数的实验分析,结果显示当 $w = 1$ 、 $c_1 = c_2 = 3$ 时算法有较好的性能。

关键词: 正交试验设计; 微粒群算法; 参数设置

中图分类号: TN911.72; TB 123 文献标志码: A 文章编号: 1672-4348(2016)01-0055-07

Parameters setting of particle swarm optimization based on orthogonal experiment analysis

Lin Zhensi, Liu Guomai, Sun Lei

(School of Management, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

Abstract: Particle swarm optimization (PSO) has been widely used in many fields due to its superior performance and ease of implementation. However, the main parameters of PSO, w , c_1 and c_2 , are hard to select. Based on the orthogonal experiment design method, an experiment was conducted on four benchmark functions to search the optimal parameters setting of PSO. The experimental results show that the PSO has better performance when $w = 1$ and $c_1 = c_2 = 3$.

Keywords: orthogonal experimental design; particle swarm optimization; parameters setting

微粒群算法 (particle swarm optimization, 简称 PSO) 是 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种基于种群搜索的智能算法^[1]。PSO 算法提出以后,由于实现简单、参数较少、优化效果好,在过去 20 年中取得了比较大的进展,并得到了广泛的应用^[2]。

PSO 算法将每个粒子看成是 D 维搜索空间中以一定速度飞行的粒子。标准微粒群算法的速度和位置更新方程为^[3]:

$$v_{id}^{t+1} = w \cdot v_{id}^t + r_1 \cdot c_1 \cdot (p_{id}^t - x_{id}^t) + r_2 \cdot c_2 \cdot (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (1)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (2)$$

其中, v_{id}^{t+1} 、 x_{id}^t 分别是 t 时刻第 i 个粒子的飞行速度和所处位置; p_{id}^t 为 t 时刻第 i 个粒子的历史最优位置, p_{gd}^t 是 t 时刻整个种群的历史最优位置; w 称为惯性权重,反映了粒子的历史速度信息对当前速度的影响,通过调整其数值可以平衡算法的全局开发和局部探索性能; c_1 和 c_2 分别是个体认知系数和社会认识系数,用于调节个体认知和社会认知在粒子飞行速度中所占的比重。

适当地设置 w 、 c_1 和 c_2 参数可提高 PSO 算法性能^[4]。Kennedy 和 Eberhart 在最初提出基本 PSO 算法时令 c_1 、 c_2 都等于 2,使其与随机数 r_1 、 r_2 的乘积的期望为 1,以提高算法的搜索速度^[1]。

收稿日期: 2016-01-07

基金项目: 福建省产学研合作重大项目(2013H6001); 福建省教育厅社科项目(JAS14212)

第一作者简介: 林振思(1978-),男,福建仙游人,讲师,博士研究生,研究方向:工程信息管理、智能算法。

Shi 和 Eberhart 在提出 PSO 的惯性权重模型时,就对惯性权重的取值进行了实验分析,认为 $w \in [0.9,1.2]$ 时($c_1 = c_2 = 2.0$) 算法有较好的性能表现^[3];之后他们对 PSO 算法的参数设置进行了一系列的研究^[4-5]。以上研究都是基于仿真实验的分析,而 Trelea 则利用动态系统理论方法分析 PSO 算法的收敛行为并提出参数选择的建议,数值试验结果说明,当综合权衡速度和可靠性时,参数集 $w = 0.6, c_1 = c_2 = 0.7$ 的性能略好^[6],但理论

分析对粒子行为的假设和简化影响了结果的可信度。又有研究将试验设计理论,如因子试验设计、田口方法^[7]、均匀设计^[8]等方法应用于参数设置分析,其中文献[7]的因素水平设置较少,使其试验缺乏说服力;而文献[8]因缺乏对参数与算法性能的经验模型的认识而不能进行深入的分析。综上所述,相关文献的参数设置可归纳如表 1 所示。

众多不同的参数设置建议让算法应用者无所

表 1 相关研究的参数设置
Tab.1 Parameters setting of related studies

作者	年份	参数设置建议	研究方法
Shi 和 Eberhart	1998	$w \in [0.9,1.2], c_1 = c_2 = 2.0$	仿真实验
Eberhart 和 Shi	1999	$w:[0.9,0.4]$ 线性递减, $c_1 = c_2 = 2.0$	仿真实验
Eberhart 和 Shi	2000	$w = 0.729, c_1 = c_2 = 1.494\ 45$	仿真实验
Trelea	2003	$w = 0.6, c_1 = c_2 = 1.7$	理论分析
彭宇等	2004	$w = [0.3,0.5], c_1 \in [1.6,1.8], c_2 \in [1.6,1.9]$	试验设计
高尚和陈建忠	2007	$w = 0.3, c_1 = 1.28, c_2 = 1.92$	试验设计

适从,不知道应该选用哪一个参数集或如何设置相关参数。本文通过 3 因素 11 个水平的正交试验对微粒群算法的 3 个主要参数 (w, c_1, c_2) 的设置进行试验分析,从而为算法使用者提供更可信的参数设置建议。

1 实验设计

1.1 正交试验设计

在实验中,用来衡量实验效果,表示实验结果特性的值称为实验指标;影响实验指标的条件称为因素;因素不同的状态称为水平。对于一个多因素多水平的实验,理想的情况是对各因素不同水平的所有可能组合都进行全面实验,但是随着实验中所考察的因数个数以及各因素的水平数的增加,全面实验的实验次数将快速增加,从而使得实验和统计分析将花费大量的时间和资源。正交实验设计利用正交表进行多因素实验安排,能够大大减少实验次数,并使统计分析也变得简单,是最常用的实验设计方法之一。其中,正交表是根据正交原理设计的规范化表格,是正交试验设计的基本工具,通过正交表的安排使得试验点在实验范围内排列整齐、规律、散步均匀,即“整齐可比、均衡分散”。

1.2 表头设计

试验的目的是要确定 PSO 的 3 个关键参数的取值设置。因此这 3 个参数即为试验的因素,结合表 1 中各文献的结论, w 的取值区间设为 $[0,1]$, c_1, c_2 的取值区间设为 $[1,3]$ 。根据试验的精度要求和试验时间考虑,将 3 个因素 w, c_1, c_2 分别设置为 11 水平,其各水平取值如表 2 所示,即该参数设置试验是一个 3 因素 11 水平的正交试验。

表 2 各因素水平设置
Tab. 2 Levels setting of factors

水平	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
w	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
c_1	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
c_2	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0

根据试验因素个数和水平数,选择 $L_{121}(11^{12})$ 的正交表。试验的表头设计见表 3。

表 3 正交试验的表头设计
Tab.3 The header design of orthogonal test

列号	1	2	3	4	...	12
因素	w	c_1	c_2	空列	...	空列

1.3 测试函数

为了测试参数设置的影响效果,试验选择了 4 个常用的测试函数进行测试,并将平均最优值和收敛次数作为衡量试验效果的两个指标。表 4 列出这 4 个求最小值的函数的名称、函数式、搜索区间、最优值和接受值,其中接受值是判断一次搜索结果是否收敛的阈值,当搜索结果小于接受值则认为本次搜索收敛,反之则不收敛。在这 4 个函数中,F1 和 F2 函数是单模态函数;其中,F1 是

Sphere 函数,通常用来测试算法的寻优速度;F2 是 Rosenbrock 函数,其全局最优点位于一个平坦而狭长的抛物线形的山谷中,因缺乏搜索方向而很难找到,往往用来测试算法的综合性能;F3 和 F4 函数是多模态函数,它们都具有众多的局部极值。F3 是 Griewank 函数,其局部极值分布规则易于找到最优值,F4 是 Rastrigin 函数,则易使优化算法陷入局部极值。

表 4 实验所用的测试函数
Tab.4 Benchmark function of the experiment

函数名称	函数式	搜索区间	最优值	接受值
F1	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100,100]$	0	0.01
F2	$\sum_{i=1}^{n-1} [100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2]$	$[-10,10]$	0	100
F3	$\frac{1}{4\,000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^{\pi} \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})$	$[-600,600]$	0	0.01
F4	$\sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12,5.12]$	0	50

1.4 相关设置和运行环境

实验中 PSO 算法的其他参数设置如表 5 所示。其中,越界处理是指当粒子超出搜索范围时则将其位置设为 X_{\max} 或 X_{\min} ;随机数作用对象设为粒子,表示算法的两个随机数 r_1 和 r_2 对于同一粒子的不同维取相同值,而不同粒子则取值不同。测试函数的维数设为 30 维,各独立运行 50 次。实验中,随机安排 121 个实验的顺序。

算法程序的开发工具是 Python 3.4.1 和 Numpy 1.9.0;仿真实验运行的机器配置为 Window7 操作系统(64 位)、Intel i3-2 350M 的 CPU(主频为 2.3 GHz)、6 G 内存。

表 5 PSO 算法其他参数设置
Tab.5 Other parameters setting of PSO

参数	设定值
种群规模	30
进化代数	4 000
V_{\max}	X_{\max}
更新方式	同步
越界处理	X_{\max} 或 X_{\min}
随机数作用对象	粒子

2 实验结果分析与讨论

2.1 直观分析

实验数据统计分析的结果如表 6、7、8、9 所示。表中的数值为当 w 、 c_1 、 c_2 各取相应水平值时

表 6 F1 函数试验结果分析
Tab.6 The experimental result of F1 function

因素水平	平均最优值			平均收敛次数/次		
	w	c_1	c_2	w	c_1	c_2
0	13 153.01	6 723.75	5 269.28	0.00	4.09	9.27
1	11 953.36	6 767.57	5 804.12	0.00	7.36	12.91
2	9 273.15	6 648.45	5 454.30	0.00	8.18	5.82
3	7 302.64	6 079.87	5 686.37	0.00	8.82	8.73
4	6 046.60	5 653.02	5 818.78	0.00	8.82	8.36
5	4 999.17	5 635.39	6 002.54	0.00	8.82	8.36
6	4 088.44	5 386.27	5 503.68	0.36	9.27	9.18
7	2 658.43	5 236.64	5 791.76	1.91	9.27	8.91
8	1 629.31	4 851.24	5 829.72	14.27	13.45	12.82
9	682.41	4 732.45	5 763.95	43.36	13.64	8.91
10	618.18	4 690.05	5 480.19	47.00	15.18	13.64
优方案	1.0	3.0	1.0	1.0	3.0	3.0
极差 R	12 534.83	2 077.52	733.26	47.00	11.09	7.82
因素主次	$w > c_1 > c_2$			$w > c_1 > c_2$		

表 7 F2 函数试验结果分析

Tab.7 The experimental results on F2 function						
因素 水平	平均最优值			平均收敛次数/次		
	w	c_1	c_2	w	c_1	c_2
0	156 282.28	52 183.63	43 574.97	0.00	3.73	11.45
1	124 470.66	53 231.96	47 575.28	0.00	8.73	12.45
2	80 651.10	51 124.06	45 019.10	0.00	7.55	8.45
3	50 984.91	44 267.63	45 178.55	0.00	7.82	12.64
4	32 223.88	46 677.95	47 871.13	0.00	8.91	10.18
5	21 557.94	42 135.28	46 748.20	0.00	8.36	7.64
6	16 098.12	45 308.85	37 720.70	4.09	10.18	11.55
7	10 232.89	44 203.33	47 686.47	8.73	11.73	8.18
8	4 969.20	42 256.32	49 213.54	18.18	14.36	12.18
9	483.91	39 582.23	45 266.75	42.00	15.82	10.27
10	343.12	37 326.77	42 443.33	44.91	20.73	12.91
优方案	1.0	3.0	2.2	1.0	3.0	3.0
极差 R	155 939.16	15 905.18	11 492.84	44.91	17.00	5.27
因素主次	$w > c_1 > c_2$			$w > c_1 > c_2$		

表 8 F3 函数试验结果分析

Tab.8 The experimental result of F3 function						
因素 水平	平均最优值			平均收敛次数/次		
	w	c_1	c_2	w	c_1	c_2
0	119.51	65.82	49.15	0.00	3.27	9.18
1	108.26	61.35	53.33	0.00	8.00	12.36
2	85.19	61.15	49.76	0.00	8.36	6.09
3	67.87	55.30	52.80	0.00	8.73	9.18
4	55.83	50.98	53.18	0.00	8.64	8.91
5	46.01	51.18	56.71	0.00	8.91	8.36
6	37.58	49.59	50.22	0.73	9.18	9.27
7	25.96	46.30	53.46	2.18	9.27	9.00
8	16.84	45.75	53.85	14.09	13.64	13.00
9	4.60	44.16	51.36	44.09	13.55	8.73
10	6.24	42.34	50.10	46.55	16.09	13.55
优方案	0.9	3.0	1.0	1.0	3.0	3.0
极差 R	114.91	23.48	7.55	46.55	12.82	7.45
因素主次	$w > c_1 > c_2$			$w > c_1 > c_2$		

11 次试验的平均指标值。优方案则是指在试验范围内各因素较优的水平组合,若指标越小越好,则选取使指标值小的水平;反之,则选取使指标值大的水平。极差 R 是各因素在不同水平上平均指标值的最大值与最小值的差。因素主次是对不同因素按极差 R 的大小所确定的主次顺序,极差越大则说明该因素对指标值影响越显著,即其对算法性能的影响越大。

表 9 F4 函数试验结果分析

Tab.9 The experimental result of F4 function						
因素 水平	平均最优值			平均收敛次数/次		
	w	c_1	c_2	w	c_1	c_2
0	245.26	185.57	148.94	0.00	0.82	10.00
1	228.42	173.14	153.81	0.00	2.91	7.09
2	212.53	168.33	154.39	0.00	2.82	5.73
3	191.92	164.18	152.25	0.00	5.09	6.64
4	184.61	161.49	151.76	0.00	5.27	6.18
5	167.24	156.49	163.29	0.00	6.64	4.18
6	149.85	151.83	151.16	1.64	7.73	7.55
7	125.00	145.98	157.03	5.00	8.55	6.73
8	96.51	134.42	152.27	11.27	11.18	8.73
9	44.58	126.23	153.98	30.73	14.00	6.82
10	40.90	119.15	147.93	31.73	15.36	10.73
优方案	1.0	3.0	3.0	1.0	3.0	3.0
极差 R	204.36	66.41	15.36	31.73	14.55	6.55
因素主次	$w > c_1 > c_2$			$w > c_1 > c_2$		

表 6~9 中显示总有 $R_w > R_{c_1} > R_{c_2}$,即因素主次顺序均为: $w > c_1 > c_2$ 。根据指标的性质,平均最优值指标要求越小越好,收敛次数指标要求越大越好,可得优方案有 4 个,如表 10 所示。又由多数倾向原则,总体的优方案为: $w = 1.0, c_1 = 3.0, c_2 = 3.0$ 。

表 10 各优方案出现频数

Tab.10 Frequency table of optimal solutions		
序号	优方案	频数/个
1	$w = 1.0, c_1 = 3.0, c_2 = 3.0$	5
2	$w = 1.0, c_1 = 3.0, c_2 = 1.0$	1
3	$w = 1.0, c_1 = 3.0, c_2 = 2.2$	1
4	$w = 0.9, c_1 = 3.0, c_2 = 1.0$	1
合计		8

图 1 和图 2 分别是平均最优值和平均收敛次数的折线图。从图中可看出,不管是平均最优值还是平均收敛次数,在 4 个测试函数上 w 的曲线斜率最大,说明 w 对指标值影响最大; c_1 的曲线斜率相对较小,说明其影响次之;而 c_2 的曲线基本是平的,即 c_2 对指标值影响甚微。

2.2 秩和检验

对实验结果的误差正态性和方差齐性进行检验,计算结果表明数据在 11 种水平下不都满足正态性且 因素不满足方差齐性的要求,因此实验的结果数据不能进行方差分析。这时可以将数据转

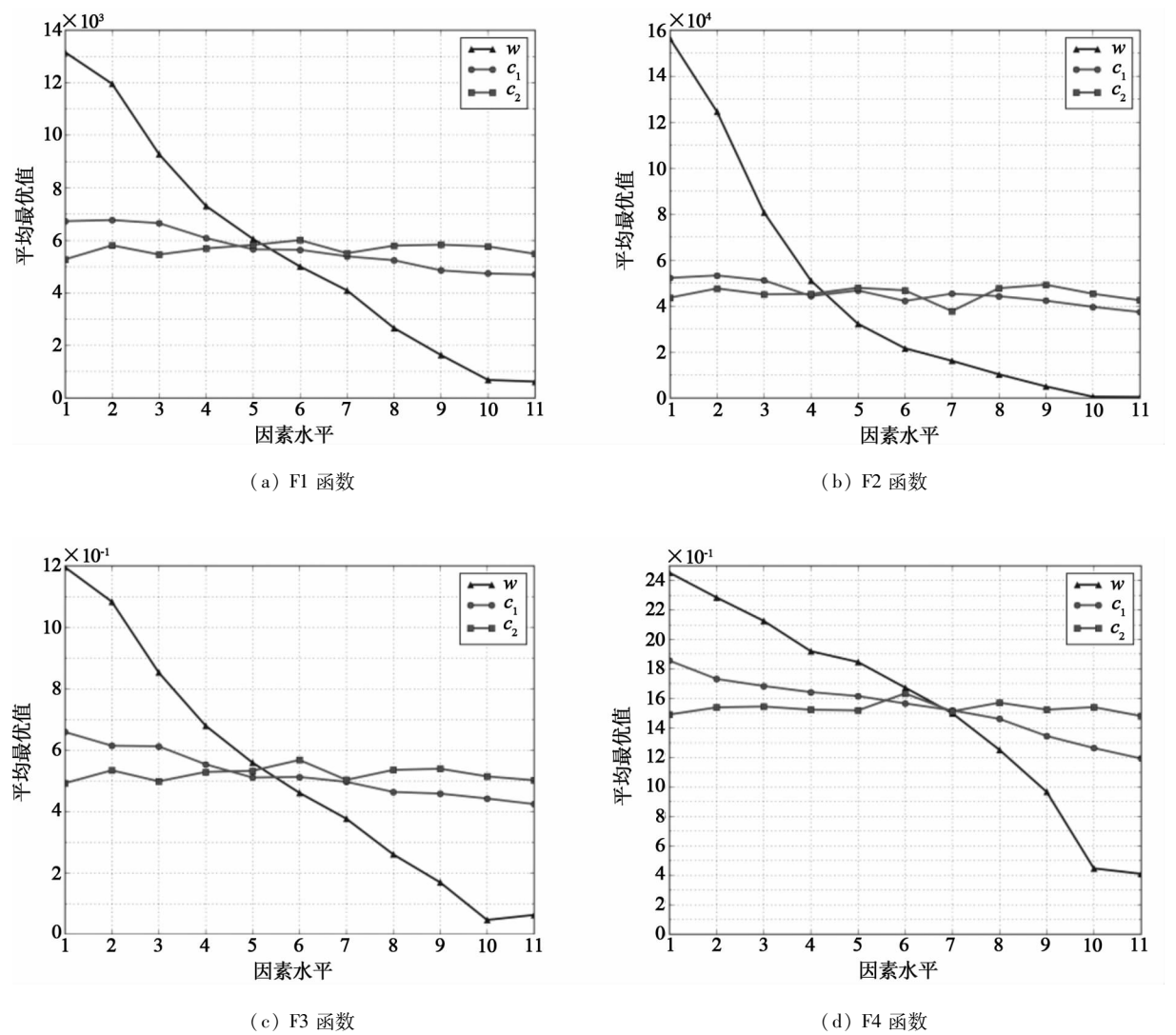


图 1 各函数的平均最优值

Fig. 1 Mean optimal fitness of benchmark functions

化为秩统计量进行秩和检验,对平均最优值和收敛次数指标的数据分别进行 Kruskal-Wallis 检验,显著水平设为 0.05,用 R 软件进行检验,结果如表 11 所示。

表 11 实验结果的 Kruskal-Wallis 检验

Tab. 11 Kruskal-Wallis test on experimental results

指标	因素	<i>p</i> 值			
		F1	F2	F3	F4
平均最优值	w	$< 2.2 \times 10^{-16}$	$< 2.2 \times 10^{-16}$	$< 2.2 \times 10^{-16}$	$< 2.2 \times 10^{-16}$
	c_1	0.839 3	0.946 1	0.754 3	0.694 6
	c_2	1	1	1	1
平均收敛次数/次	w	9.37×10^{-16}	2.23×10^{-14}	8.81×10^{-15}	6.19×10^{-15}
	c_1	0.806	0.720 8	0.676 1	0.616 6
	c_2	0.999 9	0.998 9	0.999 5	0.999 3

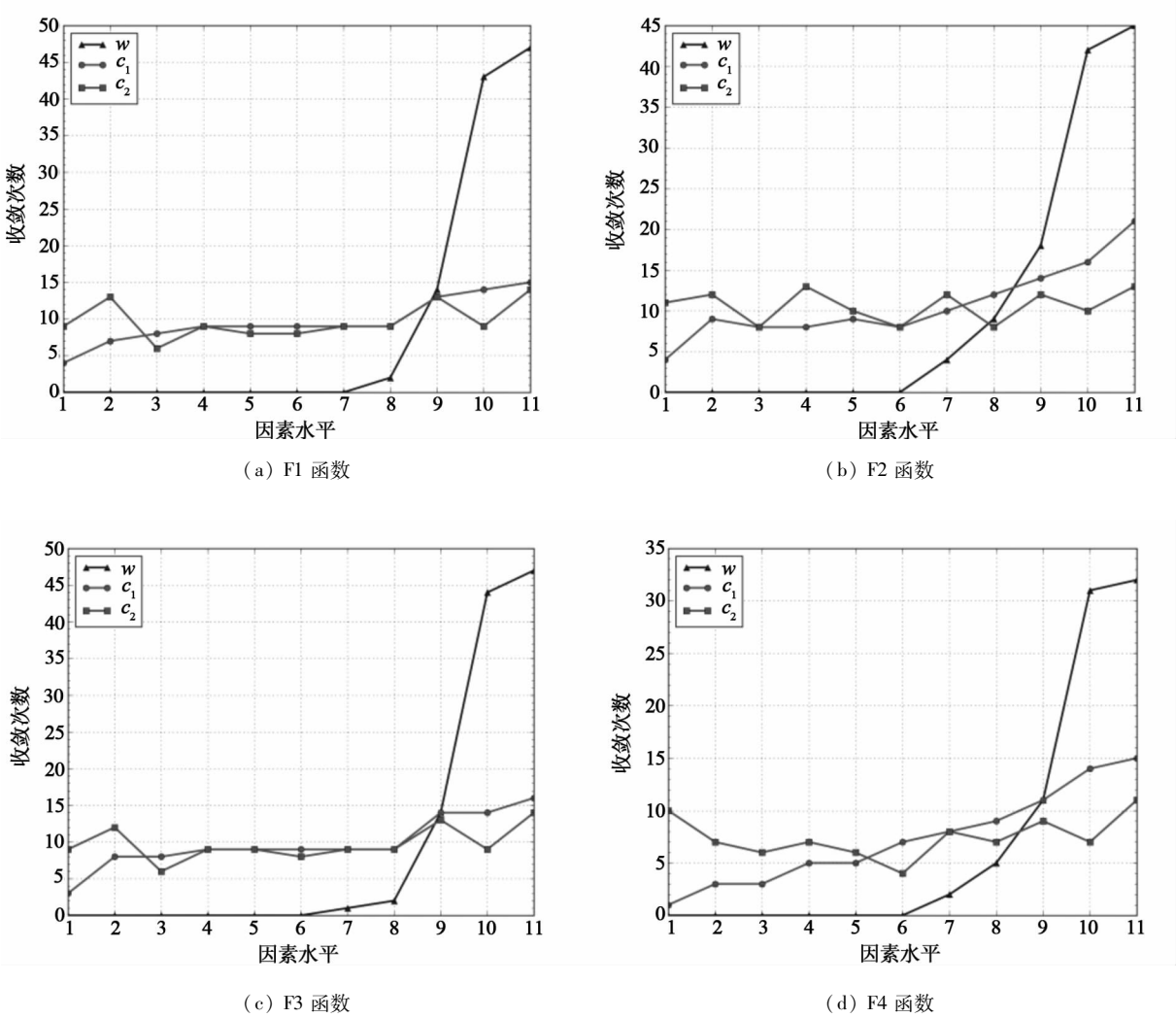


图 2 各函数平均收敛次数

Fig.2 Mean number of convergence for benchmark functions

表 11 中可以看出在显著水平为 0.05 时,对于平均最优值和收敛次数指标的数据, w 因素的 p 值都小于 0.05, 而 c_1 、 c_2 的 p 值都大于 0.05, 说明 w 各水平对算法性能的影响有显著差异, 而 c_1 、 c_2 则无显著差异。秩和检验的结果表明惯性权重 w 是影响算法性能的显著因素, 而 c_1 和 c_2 则不是。

2.3 比较分析

在 3.1 中得到优方案的参数集为: $w = 1.0$, $c_1 = c_2 = 3.0$ 。该参数集对应第 121 号试验, 也是 F1、F3 和 F4 等 3 个函数的优参数集, 而 F2 函数的优参数集为第 101 号试验, 即 $w = 0.9$, $c_1 = 1.2$, $c_2 = 1.8$ 。为了比较, 引入其他文献的一些参数设置进行试验, 相应参数设置如表 12 所示。

表 12 比较试验的不同参数集			
Tab.12 Parameters setting of comparison experiment			
序号	w	c_1	c_1
1	1.0	3.0	3.0
2	0.9	1.2	1.8
3	0.729	1.494 45	1.494 45
4	[0.9,0.4]	2.0	2.0

其中,第 1 个参数集是本文分析得到的优方案;第 2 个参数集是 121 个试验中 F2 函数的最优参数集;第 3 个参数集是文献[4]中建议的参数设置;第 4 个参数集是文献[5]中建议的线性递减惯性权重的参数设置。所有实验的 PSO 算法的其他设置按表 5 设置, 每个试验各独立运行 100 次, 实验运行的结果如表 13 所示。

表 13 比较实验的结果

Tab. 13 The comparisom result of experiment

序号	指标	测试函数			
		F1	F2	F3	F4
1	平均最优值	1 100.00	571.33	13.57	32.03
	收敛次数/次	89	88	87	67
	平均进化代数	27	2795	273	134
2	平均最优值	1 300.00	10 124.99	18.98	79.42
	收敛次数/次	87	82	81	28
	平均进化代数	269	3 993	587	2 951
3	平均最优值	4 843.13	12 491.66	40.77	155.74
	收敛次数/次	0	0	0	0
	平均进化代数	4 000	4 000	4 000	4 000
4	平均最优值	300.00	2 498.19	5.44	71.69
	收敛次数/次	97	50	44	21
	平均进化代数	3 997	3 999	3 998	3 999

表 13 中的平均最优值和平均进化代数是 100 次运行的最优值和进化代数的平均值,收敛次数是 100 次运行中最优值小于接受值的次数。与第 2、3 个参数集相比,第 1 个参数集在各方面都有更优的性能比较差些。第 3 个参数集在各函数的表现都不是太好,这可能与 PSO 算法其他设置差异有关。与第 4 个参数集相比,第 1 个参数

集在 F2 和 F4 上都有更好的性能;虽然在 F1 函数上,第 1 个参数集的平均最优值和收敛次数的指标性能比第 4 个参数集要差,但在平均进化代数指标上有明显的减少;在 F3 函数上第 1 个参数集除了平均最优值比第 4 个参数集略差外,收敛次数和平均进化代数都有较大的性能优势。综合而言,当对要优化的问题的特征不了解或知之甚少的情况下,选择 $w = 1.0$, $c_1 = c_2 = 3.0$ 的参数集,能够得到较优的结果。

3 结论

对 PSO 算法的 3 个关键参数 w 、 c_1 和 c_2 的设置进行了 3 因素 11 水平的正交实验分析。通过直观分析、秩和检验及比较分析可得以下结论:①如果其他条件不变, w 对 PSO 算法的性能影响最大, c_1 次之, c_2 最小。②在实验范围内, w 、 c_1 的取值越大则 PSO 算法性能越好,因此取 $w = 1.0$ 、 $c_1 = 3.0$;而 c_2 的取值则没明显的规律,以多数倾向的原则可设 $c_2 = 3.0$ 。③在对优化问题的特征没有深入了解的情况下,一般可以采用 $w = 1.0$ 、 $c_1 = c_2 = 3.0$ 的 PSO 算法进行优化。下一步研究可以考虑因素间的交互作用或其他的限制条件,比如 $c_1 + c_2 \leq 4.1$ 或扩大参数的取值范围等,以期获得更好的参数集。

参考文献:

[1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks. Nov. 27 – Dec. 1 1995. Perth, Australia. Piscataway: IEEE Service Center, 1995:1942 – 1948.

[2] Ab Wahab M N, Nefti-Meziani S, Atyabi A. A comprehensive review of swarm optimization algorithms[J]. PLoS ONE, 2015, 10(5):e0122827.

[3] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer[C]//Proceedings of the 1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence & The 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Anchorage, 4 – 9 May 1998. USA. Piscataway: IEEE Service Center, 1998:69 – 73.

[4] Eberhart R C, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization[C]//Proceedings of The 2000 Congress on Evolutionary Computation. 16 – 19 Jul 2000. La Jolla, USA. Piscataway: IEEE Service Center, 2000:84 – 88.

[5] Shi Y, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]//Proceedings of The 1999 Congress on Evolutionary Computation. 6 – 9 July 1999. Washington, USA. Piscataway: IEEE Service Center, 1999:32 – 49.

[6] Trelea I C. The particle swarm optimization algorithm: Convergence analysis and parameter selection[J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6):317 – 325.

[7] 朱代根. 基于田口方法的 PSO 算法参数设计[J]. 科技信息, 2011(30):45 – 46 + 49.

[8] 高尚, 陈建忠. 基于均匀设计的粒子群优化算法参数设定[J]. 石油化工高等学校学报, 2007(3):12 – 15.