

doi:10.3969/j.issn.1672-4348.2015.06.001

数值方法进展:从 Fourier 变换到 Hilbert-Huang 变换

吴琛^{1,2}, 项洪^{1,2}, 杜喜朋^{1,2}, 周瑞忠³

(1. 福建工程学院 土木工程学院, 福建 福州 350118;

2. 福建省土木工程新技术与信息化重点实验室, 福建 福州 350118; 3. 福州大学 土木工程学院, 福建 福州 350116)

摘要: 论述了从 Fourier 变换, Gabor 变换, 小波变换, 到 Hilbert-Huang 变换的理论进展与工程应用, 比较了 Fourier 频谱与 HHT 边际谱的差异, 并对非平稳信号的稳定性度量提出了新的指标。最后, 介绍和述评了 HHT 的研究进展和实际应用。

关键词: Hilbert-Huang 变换; 边际谱; 非平稳信号; 稳定性度量; 研究进展

中图分类号: TN911.72; TB 123 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-4348(2015)06-0511-09

The development of numerical methods: From Fourier transform to Hilbert-Huang transform

Wu Chen^{1,2}, Xiang Hong^{1,2}, Du Xipeng^{1,2}, Zhou Ruizhong³

(1. College of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

2. Fujian Provincial Key Laboratory of Advanced Technology and Informationization in Civil Engineering, Fuzhou 350118, China;

3. College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: The conversion from Fourier transform, Gabor transform, wavelet transform to Hilbert-Huang transform (HHT) is discussed in theory and engineering applications. The differences between Fourier spectrum and HHT marginal spectrum are compared, and a new stability measure index of non-stationary signals is proposed. Finally, the research progress and applications of HHT are reviewed.

Keywords: Hilbert-Huang transform; marginal spectrum; non-stationary signal; stability measurement; research progress

近年来,随着计算机软硬件工程的迅速发展,数字仿真技术已从单纯的数值分析发展到集合了模型开发、定律证明、虚拟仿真、三维动画、图形界面仿真、数字媒体等为一体的高复杂性的综合系统。仿真研究的收敛性估计、精度和稳定性分析等也有了显著的进步。就迅速发展的技术层面而言,这归功于计算机离散模型的更新和数学工具的进展。前者经历了由连续介质到离散粒子的更新发展过程^[1],其中从以区域离散和单元分片插

值为基础的有限元法发展到以粒子离散和广义移动最小二乘法拟合为基础的无网格法,适应了纳米时代对离散模型更新和计算技术提高的迫切需要;而后者随着数学研究的进展有了许多新发现,尤其是在非线性、非平稳动力系统方面出现了许多新的研究成果。在土木工程领域,对于非线性非平稳动力系统的研究可应用于强烈地震波作用下建筑结构的地震响应仿真分析,这正是本文讨论的重点。

收稿日期: 2015-10-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51108083);福建省自然科学基金项目(2015J01631);福建省高校杰出青年科研人才培育计划(JA12225)

第一作者简介: 吴琛(1978-),女,福建福州人,博士,副教授,硕导,研究方向: 计算力学与科学工程应用。

1 数值方法进展

1.1 Fourier 变换

传统的 Fourier 变换在地震波频谱分析中发挥过极其重要的作用,它揭示了信号能量的频域分布。习惯上,Fourier 变换可表达为:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

但是, Fourier 频谱存在着严格的限制条件^[2]:被分析的系统必须是线性的,信号必须是严格周期或广义平稳的,否则分析的结果缺少物理意义。此外,Fourier 变换是一种纯频域分析方法,虽然可以确定信号中所有出现的频率及其相对强度,但无法确定这些频率出现于何时。实际上,地震波在短暂的持时内频率和幅度变化强烈,经结构滤波后又转变为以结构的加速度、速度和位移等物理量为代表的非线性、非平稳时变信号。因此,仅了解信号在时频或频域的全局特性是不够的,信号频谱随时间变化的情况更需关注。可见,以平稳随机过程为出发点的 Fourier 变换并不适用于地震波的频谱分析。

1.2 Gabor 变换

Dennis Gabor 于 1946 年提出的加窗 Fourier 变换(Gabor transform)^[3]是对 Fourier 方法的重大改进。虽然它只是给信号加一个小窗,使波的两端迅速衰减,并集中在这个可移动的小窗内进行信号变换,但它开创了信号局域化重大变革的先河。Gabor 变换可表达为:

$$F_g(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g(t - \tau) e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

Gabor 变换在时频局域化进程中虽然有着一定的进步,但其局限性仍然明显。首先,一旦选定了窗函数,其时频窗口的大小、形状就固定不变,受 Heisenberg 测不准原理的限制,其时间分辨率与频率分辨率无法同时达到最优。其次,Gabor 变换的频窗宽度 Δf 与测量的中心频率无关,所采用的基函数无论怎样离散,一般都无法构成一组正交基。再次,从实际应用来看,Gabor 变换只适用于分析频率或尺度变化不大的信号,不能用于多尺度信号或突变信号,更不具有信号分析的自适应能力。而实用上,多尺度信号或突变信号往往更值得关注。

1.3 小波变换^[4]

在 Gabor 变换基础上提出的初期的小波变

换,因小波之间无正交性而存在信息冗余,不但增加了无意义的工作量,且各种冗余成分混杂,不利于结果分析。以任意信号 $f(t) \in L^2(R)$ 为例,其连续小波变换(continuous wavelet transform, CWT)为:

$$W_f(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3)$$

式中, a 为尺度参数; b 为平移参数; $\psi^*(\cdot)$ 为小波函数 $\psi(\cdot)$ 的共轭。由此获得原信号的重构为:

$$f(t) = \frac{1}{c_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|a|^2} W_f(a, b) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) da db \quad (4)$$

式中,系数 $c_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$, $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(\omega)$ 的 Fourier 变换。

离散型小波变换的小波基可通过 $a = a_0^j$, $b = K a_0^j b_0$ 得:

$$\psi_{j,k(t)} = a_0^{-\frac{j}{2}} \psi(a_0^{-j} t - k b_0) \quad j, k \in \mathbf{Z} \quad (5)$$

并有:

$$W_{f(j,k)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(k) \psi_{j,k(t)}^* dt \quad (6)$$

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{f(j,k)} \psi_{j,k(t)} \quad (7)$$

Meyer 提出的标准化正交小波基和 Mallat 提出的多分辨分析(multi-resolution analysis, MRA)明确了正交小波的数学物理意义,形成了著名的 Mallat 塔式快速算法:

$$V_0 = V_1 \oplus W_1 = V_2 \oplus W_2 \oplus W_1 = V_N \bigoplus_{j=1}^N W_j \quad (8)$$

式中, V 是 Hilbert 空间的幂等性投影算子空间,尺度函数 $\varphi(t) \in V_0$, 且由 $\{\varphi_{(2^{-j}t-k)}\}_{k \in \mathbf{Z}}$ 构成 V_j 的 Riese 基; W_j 是 V_j 的正交补空间;符号 \oplus 表示两个互补空间的直和; N, j 分别是两个空间的离散值。由此,任一信号 $f(t)$ 可分解为:

$$f(t) = f_N(t) + \sum_{j=1}^N g_j(t) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} \langle f, \phi_{N,k(t)} \rangle \phi_{N,k(t)} + \sum_{j=1}^N \sum_{k \in \mathbf{Z}} \langle f, \psi_{j,k(t)} \rangle \psi_{j,k(t)} \quad (9)$$

式(9)表明, $f(t)$ 可由分辨率不超过 2^{-N} 的模糊图像和分辨率 $2^{-j} \sim 2^{-j+1}$ 之间的细节成分完全重构。

在多分辨分析基础上产生的小波包变换

(wavelet packet transform, WPT)对多分辨率分析中未利用的高频部分进一步分解,提高了高频部分时频分辨率,比多分辨率分析更加精细、实用。

归纳起来,小波变换是 Fourier 变换的发展与延拓,小波基的构造和结果分析都依赖于 Fourier 变换,但它与 Fourier 变换又存在着本质的区别和进步,主要表现为:

1) Fourier 变换以 $e^{-i\omega t}$ 为唯一基函数,其本质是把有限能量信号 $f(t)$ 分解到以 $e^{-i\omega t}$ 为正交基的空间上;而小波变换是以不唯一的小波函数为基,分解到 Hilbert 空间正交互补的 V_N 和 W_j 空间上。

2) Fourier 变换在频率上有很高的分辨率,但在时域上却没有任何分辨能力;而小波变换同时具备了时频两域的局部分析能力。

3) Fourier 变换对平稳周期信号的分析有明显的优势,但对时变的非平稳信号无能为力;而小波变换是一种时频窗口大小固定但形状可变的恒 Q 滤波器(即 $Q = \Delta f/f = \text{常数}$),在信号低频部分具有较高的频率分辨率,在高频部分具有较高的时间分辨率,这一优良的局部化特性能够有效地适应各类非平稳信号的分析。

尽管有了显著的进步,但小波变换仍然存在着明显的缺陷:

1)本质上,小波变换仍是柔性的加窗 Fourier 变换,仍要求小波窗口内的信号短时平稳。

2)小波窗的不唯一性带来了理论和应用上的一系列困难,并且在一个具体问题中,小波基一经选定,便不可更改,目前还只能通过经验和比较的方法来选择合适的小波基。

3)小波基的有限长度造成信号的能量泄漏,这不但造成在能量-频率-时间分布图上的模糊和误差,也使分析整个问题的精确度降低。

因此,对非平稳信号和非线性系统而言,小波变换还不是一种最为理想的分析方法。

1.4 Hilbert-Huang 变换

1998年, Huang N. E. 等提出了一种全新的信号处理方法,称为 Hilbert-Huang 变换(HHT)^[5],其核心思想是依据数据本身的时间尺度特征将信号分解为有限个固有模态函数(intrinsic mode function, IMF),然后对各模态函数进行 Hilbert 变换,获得具有明确瞬时频率意义的信号局部特性。

有效的固有模态函数,必须满足两个条件:

1)整个数据段内,极值点的个数和过零点的

个数必须相等或至多相差1。这一限制条件近似于传统平稳高斯过程中关于窄带的定义。

2)在任一时间点上,信号局部极大值和极小值定义的包络均值为零。这个条件将传统的全局限定转化为局局限定,可有效去除由于波形不对称而造成的瞬时频率波动。

以筛分算法为基础的经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)可分3步骤:

1)确定信号的所有局部极值点,用三次样条连接后分别形成上下包络线 $X_{\max}(t)$ 和 $X_{\min}(t)$;

2)求上下包络线的平均值 $m_{11}(t)$,将原数据 $X(t)$ 去掉该平均值后得到新的数据序列 $h_{11}(t)$:

$$\begin{cases} m_{11}(t) = [X_{\max}(t) + X_{\min}(t)]/2 \\ h_{11}(t) = X(t) - m_{11}(t) \end{cases} \quad (10)$$

判断 $h_{11}(t)$ 是否满足 IMF 的两个要求,如不满足,则将 $h_{11}(t)$ 作为原始数据,重复上述过程,直到数据序列 $h_{1k} = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t)$ 满足 IMF 条件,由此得到第一个 IMF 分量 $C_1 = h_{1k}(t)$;

3)从 $X(t)$ 分离出 $C_1(t)$,得到剩余序列 $r_1(t) = X(t) - C_1(t)$,并将 $r_1(t)$ 作为新序列,按照以上步骤,依次提取第二,第三……直至第 n 个固有模态函数 $C_n(t)$,当残量 $r_n(t)$ 成为一个单调函数或小于某预定值时分解结束。因此,原信号被分解为若干 IMF 分量与残量之和。

$$X(t) = \sum_{j=1}^n C_j(t) + r_n(t) \quad (11)$$

对任一 IMF 的 Hilbert 变换定义为:

$$\hat{C}(t) = \frac{1}{\pi} P \int \frac{C(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (12)$$

其中, P 为柯西主值,由此定义解析信号:

$$Z(t) = C(t) + i\hat{C}(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (13)$$

式中,幅值 $a(t) = \sqrt{C^2(t) + \hat{C}^2(t)}$,相位 $\theta(t) = \arctan(\hat{C}(t)/C(t))$ 。

进一步由相位定义瞬时频率:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (14)$$

把振幅显示在频率-时间平面上,得到 Hilbert 幅值谱 $H(\omega, t)$ 。

$$H(\omega, t) = \text{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i\omega_j(t)t} \quad (15)$$

将 $H(\omega, t)$ 对时间积分,得到 Hilbert 边际谱 $h(\omega)$ 。

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (16)$$

将振幅的平方对时间积分,得到对应于各频率的整个时间段内 Hilbert 能量 $ES(\omega)$ 。

$$ES(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (17)$$

将振幅的平方对频率积分,可定义瞬时能量谱 $IE(t)$ 。

$$IE(t) = \int_{\omega} H^2(\omega, t) d\omega \quad (18)$$

小波变换和 HHT 都是处理非平稳信号的有效手段。HHT 虽然起步较晚,但在某些方面较小波变换具有天然的优越性。首先, HHT 不需要先验基底,它是根据数据本身的特征进行模态分解,自适应性强,可避免小波基函数的多样性、不可变性、长度有限等各类缺陷。其次, HHT 创造性地提出 IMF 和经验模态方法(EMD),从而赋予瞬时频率合理的意义和求解方法,可更加精确地定义频率-时间-幅值关系,这是小波方法难以做到的。再次, HHT 的时间分辨率不变且精度很高,频率分辨率由信号内在的特性所自适应决定,它具有波内频率调节机制和波间组合能力,这一点与小波变换常可能发生频率混叠且只具有模糊的波间组合能力相比,有明显的进步。

2 Fourier 频谱与 Hilbert 边际谱的差异

百余年来, Fourier 变换在处理平稳信号时显示了良好的分析能力。在非平稳信号和非线性系统处理中,也常沿用这种方法作为比较的手段。但由于平稳和非平稳、线性和非线性之间本质上的巨大差异,认识 Fourier 频谱和 Hilbert 边际谱之间差异,特别是物理意义上的差异十分有益。

Hilbert 边际谱与 Fourier 频谱大体形态相近,它们都能直观地显示信号的振幅(或能量)随每个频率的变化。但由于 Fourier 变换是以简谐波为基础组成并在全域上定义频率,因此,非平稳信号就必须用额外的谐波分量来弥补或均衡。由此,必然造成信号能量的扩散,往往在高频处放大能量密度,又因能量守恒,而在低频处低估能量密度。对结构的安全设计而言,这是一个危险的倾向。相比之下, Hilbert 边际谱具有更加明确的物理意义,频谱更加集中,能量保守遵守得更好。

下文将讨论两个实例。

实例一:著名的 Rössler 方程可表达为^[5]:

$$\dot{x} = -(y+z) \quad \dot{y} = x + \frac{1}{5}y \quad \dot{z} = \frac{1}{5} + z(x-\mu) \quad (19)$$

其中, μ 为常数,当 $\mu = 3.5$ 时,系统倍周期,其解答的三维和二维表达分别如图 1(a)、(b)。

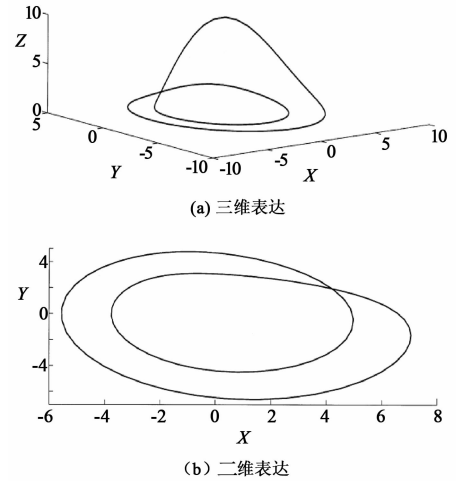


图 1 Rössler 方程的数值解

Fig. 1 Numerical solution of Rössler equation

图 1 是方程(19)的空间相位图以及在 XOY 平面上的投影;图 2 是 3 个方向的分量波形,其中 x 方向分量有 2 个明显不同的波动频率;

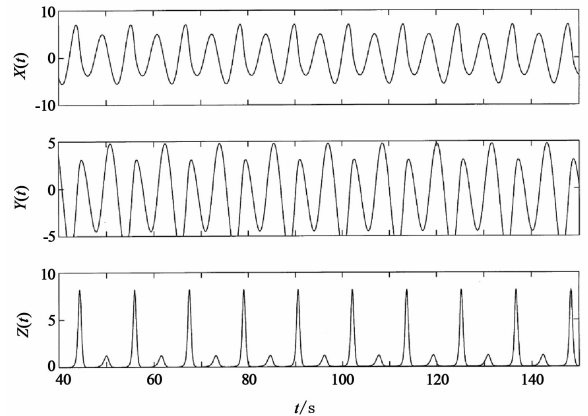


图 2 Rössler 方程数值解在 3 个方向的时间序列

Fig. 2 The time series for the numerical solution to Rössler equation

图 3 表示了 x 方向分量经 EMD 分解得到的 3 个 IMF 分量,各分量包含的能量逐渐递减。图中 $C_1(t)$ 的频率是 $C_2(t)$ 的两倍,验证了 Rössler 方程在 $\mu = 3.5$ 时有倍频的周期特性。

图 4 为 x 方向 Hilbert 频谱,高频成分 $C_1(t)$ 的瞬时频率在 0.15 ~ 0.26 Hz 间变化,表现出强

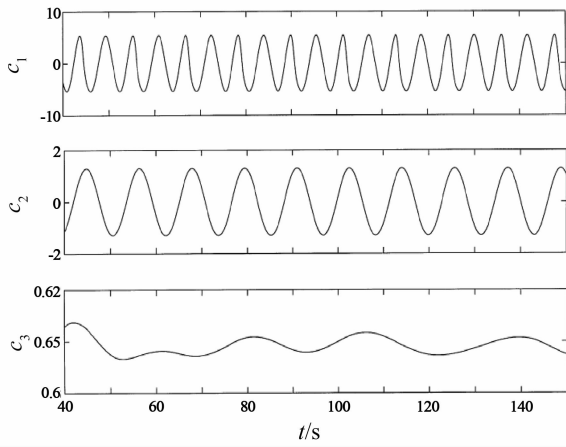


图 3 Rössler 方程解 x 分量的 IMF 分量

Fig. 3 IMF components of the x -components of Rössler equation

大的波内调节和波间组合能力, 低频成分 $C_2(t)$ 始终在 0.1 Hz 附近平稳波动, 这种精确定量的频率波动在 Fourier 变换和小波变换中无法得到, 因为瞬时频率的概念只有在 HHT 中才有明确的物理意义。

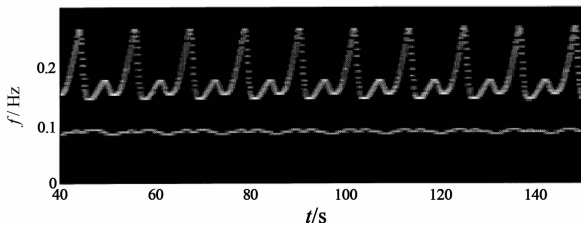


图 4 x 方向分量 Hilbert 频谱

Fig. 4 Hilbert frequency spectrum for the x -component

图 5 表示了 Rössler 方程 x 方向分量的 Hilbert 边际谱和 Fourier 谱的比较。图 5(a) 为 Hilbert 边际谱, 它能够清楚地显示两个倍周期的分量, 低频为 0.1 Hz 左右, 高频在 0.15 ~ 0.26 Hz 之间波动, 平均值为 0.2 Hz, 这与理论解析结果相吻合; 而图 5(b) Fourier 谱只有一个峰值, 大约在 0.18 Hz 附近, 其余的有多个伪谐波, 未能反映出原方程倍频周期特性。其峰值频率在数值上也只是某种形式的加权平均, 而不是真实存在着一个有实际物理意义的频率为 0.18 Hz 的主振动。

实例二: 经典的 Elcentro 地震波 (南北向) 经 EMD 分解形成 10 个 IMF 和 1 个残量, 见图 6。

相应的 Fourier 频谱、Hilbert 边际谱如图 7、8 所示。

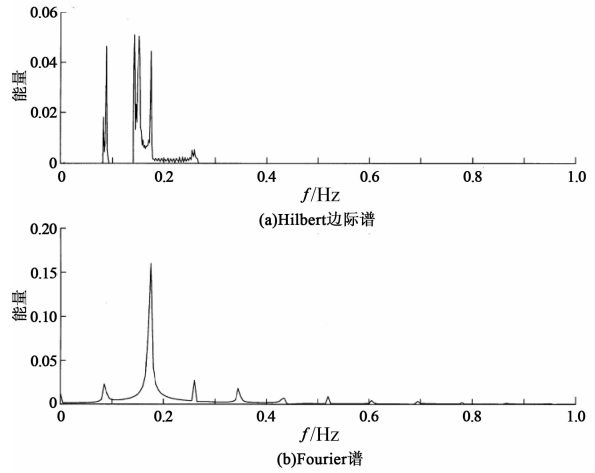


图 5 Rössler 方程解 x 方向分量的 Hilbert 边际谱和 Fourier 谱的比较

Fig. 5 Comparison between Hilbert marginal spectrum and Fourier spectrum for the Rössler equation in x -axial component

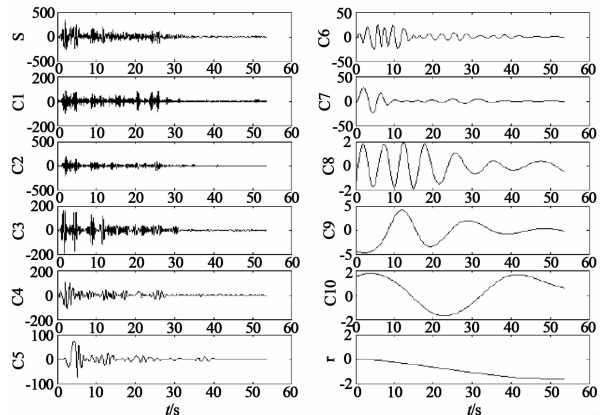


图 6 Elcentro 地震波的各 IMF 分量 (单位: gal)

Fig. 6 IMF components of Elcentro seismic wave

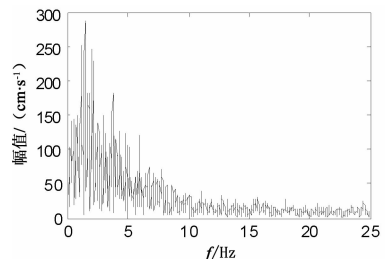


图 7 Elcentro 地震波的 Fourier 频谱

Fig. 7 Fourier frequency spectrum of Elcentro seismic wave

比较 Elcentro 地震波的 Fourier 谱与 Hilbert 边际谱可以看到, 边际谱的能量主要集中在 0 ~

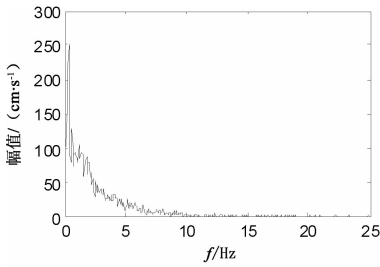


图 8 Elcentro 地震波的 Hilbert 边际谱

Fig. 8 Hilbert marginal spectrum of Elcentro seismic wave

10 Hz 之间,体现出良好的局部化特性;而 Fourier 频谱在 10 ~ 25 Hz 之间仍存在不可忽略的幅值,相对夸大了高频端的频带宽度和能量分布,又受能量守恒的限制,必然在低频处低估能量密度。因此,采用 Fourier 变换分析非平稳信号不仅没有确切的物理意义,而且还会因低估低频区能量密度,使设计偏于危险。

3 非平稳信号的非平稳性度量

文献[5]曾定义频率平稳度(degree of stationary, DS)为

$$DS(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{H(\omega, t)}{n(\omega)}\right)^2 dt \quad (20)$$

式中, $n(\omega) = \frac{1}{T} h(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T H(\omega, t) dt$ 为频率平均边际谱。

当信号由完全平稳过程组成时,频率平稳度 $DS(\omega) = 0$,在 $DS(\omega) \sim$ 频率关系曲线图中表示为水平线,此时的 Hilbert 边际谱与 Fourier 谱在物理意义上才能一致。

同理,可定义时间平稳度为

$$DS(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} \left(1 - \frac{H(\omega, t)}{nt}\right)^2 d\omega \quad (21)$$

式中, $n(t) = \frac{1}{\omega} h(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} H(\omega, t) d\omega$ 为时间的平均边际谱。

Elcentro 地震波的 $DS(\omega) \sim$ 频率关系、 $DS(t) \sim$ 时间关系曲线见图 9、10。

上述定义虽有一定合理性,但在实际应用中存在两个弱点:

1) 工程设计关心的是峰值能量的最大值,即在某种平均意义下(单位时段单位频率范围内)的能量值,尽管受 Heisenberg 测不准原理的限制,非平稳随机信号在时频空间某一点的瞬频或瞬时

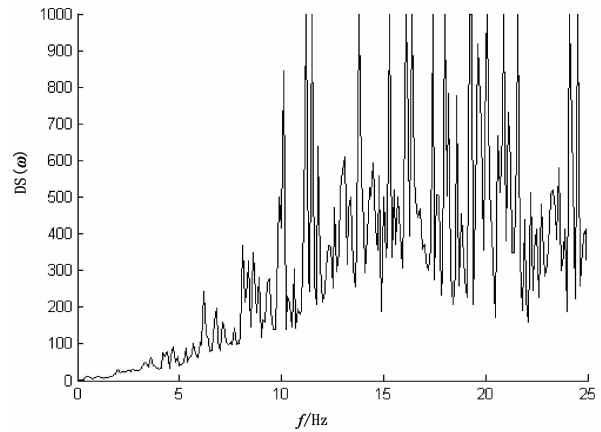


图 9 Elcentro 地震波的频率平稳度

Fig. 9 Frequency stationary degree of Elcentro seismic wave

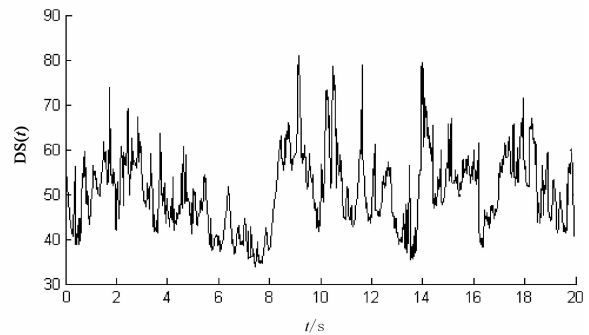


图 10 Elcentro 地震波的时间平稳度

Fig. 10 Time stability degree of Elcentro seismic wave

能量密度在物理意义上并不存在,但在时频平面上以频率间隔 $\Delta\omega$ 和时间间隔 Δt 表示的累积能量密度还是应当存在的,这种时频密度函数在 Hilbert 变换空间可表达为

$$E(\Delta\omega, \Delta t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Delta\omega\Delta t} H^2(\omega, t) d\omega dt = \frac{1}{2\pi} \int \left(\text{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i[\omega_j(t) t]} \right)^2 d\omega dt \quad (22)$$

式中, $1/2\pi$ 为圆频率 ω 对振动频率 f 之间的转换系数。上述定义实质上表达了与幅值、频率、持时 3 要素都密切相关的综合性指标。幅值越大,能量越大;频率越低,能量密度函数的值越大;持时越长,累积能量也越大。因此,对不同的地震波不具有绝对可比性。

2) 平稳度 $DS(\omega)$ 、 $DS(t)$ 虽能反映信号对均值的涨落,但它仅是能谱方差概念的变形,按 $DS(\omega)$ 、 $DS(t)$ 方式定义的平稳度概念,缺少工程

实用意义。

为解决上述两个问题,本文提出非平稳信号平稳度衡量的新标准。现以频率~时间平面为自变量定义域来观察幅~频~时三维分布图,并以 $(\Delta\omega, \Delta t)$ 平面网格来划分自变量平面,无疑同样可以找到有能量意义的二维平稳度指标,即首先定义二维平面上信号的均值为

$$\overline{H(\omega, t)} = \iint_{\omega, t} H(\omega, t) d\omega dt \quad (H(\omega, t) \geq 0) \quad (23)$$

再求均方根:

$$\sigma = \sqrt{E[H(\omega, t) - \overline{H(\omega, t)}]^2} \quad (24)$$

每一个非平稳宽频带地震波,都有一个统计其涨落特性的综合指标,这一指标不是只对频率或者只对时间的单一因素指标,而是以与能量特性明确相关的综合物理量来代替 $DS(\omega)$ 和 $DS(t)$ 的功能。

为了对不同地震波信号作归一化比较,可进一步引入新的更能反映非平稳信号峰均比特征的峰值系数(crest factor, CF),它定义为最大信号幅值与均方根之比,即:

$$CF = 10 \ln \frac{\max |H(\omega, t)|}{\sqrt{E[H(\omega, t) - \overline{H(\omega, t)}]^2}} \quad (25)$$

式中取对数的目的是为了能够适应大多数工程非平稳信号的变化范围。

有了峰值系数 CF,对不同的地震波的涨落特性(非平稳度)就有了相对可比性。如取 $\Delta\omega = 2\pi, \Delta t = 1$ s, 则 Elcentro 波、Taft 波、天津波由式(22)、(25)的计算结果见表 1。

表 1 各种地震波的非平稳特征

Tab. 1 Non-stationary characteristics of seismic wave

地震波	$E(\Delta\omega\Delta t)$	CF
Elcentro 波	1 756 200	19. 226
Taft 波	232 200	24. 420
天津波	673 060	28. 356

由表 1 可见,能量密度函数的值依次减少,峰值系数 CF 却依次增加,可见地震波的相对危险逐步增加。

4 HHT 研究和应用进展

正如 Huang N. E. 在开创性的文献[5]中最

后指出:HHT 虽然较传统方法有较大的进步,但仍有许多值得改进的地方,例如:1)采用包络平均的方法或连续多次平均的强止方法,会改变或歪曲信号的物理意义,只适用于振幅变换不太剧烈的情况,其终止分解的标准有待于改进;2)端点效应固有存在,特别在低频分量中尤其明显;3)弱信号嵌在强信号最大斜率区出现,即出现局部极小值情况,难以有效地进行原信号的分解;4)HHT 的信号采样频率至少是 4~5 倍的最大频率值,而 Fourier 变换只要求 Nyquist 折叠频率,因此,HHT 分辨率的提高是以过采样为代价的;5)正交性和完备性问题,由于 EMD 分解是自适应的,其分解的正交性和完备性并非事先可以检验或者证明,虽然从各阶 IMF 的求和可看出是完备和几乎正交的,但对 IMF 进行严格的数学定义与正交性证明尚需完成。

近十年来,国内外学者在上述几方面进行了卓有成效的工作。首先,对上下包络的方法有了相应的改进^[6-8]。由于端点的边界效应很大程度上与分解方法密切相关,因此,分解方法的改进必然带来端点效应的改善。传统 EMD 采用上下包络,需要二次使用三次样条函数作插值估计,造成波动大。新提出的一种自适应时变滤波法,只采用一次样条函数,且不分局部极大或极小,只由一个时间序列 $e(t_i)$,用三抽头时变滤波来计算 t_{i+1} 时刻的局部均值,减少波动。另一方法则采用局部中值定理,使用局部信号中的全部数据求出极值点局部均值,也只用一次样条函数,求出信号的均值曲线。在处理端点时,配合波形匹配技术,以信号起点、极大值点、极小值点组成一个三角形,在信号内逐步平移,通过计算匹配误差,搜索全部数据中误差最小点,再用局部中值及积分中值定理,预测端点的中值。仿真结果证明该方法提高了端点的时频分辨率,消除了波动。

其次,在瞬时频率(instantaneous frequency, IF)的研究中,理论上已证明^[9]瞬时频率的另一种等价形式为 Wigner-Ville 分布的一阶矩形式,并且自 EMD 赋予多分量信号瞬时频率明确的物理意义后,这一概念在电力系统的快速跟踪和实时检测中有着广泛的实际应用。目前常用的谱峰检测法,包括:基于非线性时频变换^[10],短时 Fourier 变换,线性调频小波变换等几种,一般通过时频滤波遮盖其他分量,求取某一分量的 IF 后依次

类推,求取所有分量的瞬时频率。此外,还有根据非平稳信号的时变自回归 AR 模型等提出的根轨迹估计法等。文献[11]提出了基于过零点-极值点估计的瞬时频率和幅度算法,通过对每一个 IMF 的插值运算,可较精确地求出瞬时频率和幅值,比直接 Hilbert 变换的结果更加精确有效。

伴随着研究的逐步深入和发展,HHT 的应用范围和领域也在进一步扩大。

4.1 基于 EMD 的随机子空间结构振动模态参数识别^[12-13]

随机子空间识别(stochastic subspace identification, SSI)是一种先进的大型土木工程结构模态参数识别方法。把 EMD 引入随机子空间方法中,可以使分解的基本模态分量仅仅对应某一阶的固有模态频率,避免模态之间的相互混叠和干扰,有效地改善了随机子空间的稳定图,降低虚假频率和噪声的影响。目前该方法已成功应用于西宁北川河桥等大型工程的动力响应实测分析。

4.2 故障诊断、弱信号提取^[14-15]

机械系统中的故障、超宽带通信定位系统和雷达对抗系统中的冲击信号,是低截获率和瞬态性很强的微弱信号,特别在低信噪比的情况下,一般难以检测。过去常采用小波、Wigner-Ville 等方法处理,但小波受测不准原理限制,会造成能量泄漏,Wigner-Ville 分布虽然具有较好的时频聚焦特性,但对多分量信号的交叉项,会产生虚假和混叠。EMD 是一种相当于微分运算的筛分方法,不再受测不准原理的限制,也可以克服 WVD 的交叉项。仿真实验结果,在信噪比低达 -10 dB 的情况下,经信号重构仍可得到良好的效果。

4.3 二维图像纹理分析^[16-18]

图像的纹理分析分为纹理分割、纹理分类、纹理合成和三维重建等内容。二维图像信号通过 EMD 和 Hilbert 变换,把行和列进行二维筛分,用 Burg 最大熵谱估计进行边界延拓,以防止边界效应,再对多分量的纹理图像进行 AM-FM 建模,并采用一维 Hilbert 变换或直接法估计瞬时频率,收到了好的效果。目前在纹理分析方面对 EMD 方法的收敛性、标准差的定义与选择等还需进一步的研究。

4.4 音频和其他周期性信号分析^[19-21]

传统的基音分析都是在线性和短时平稳的先验假设之下展开,不能反映基音中非平稳、非线性

特征。EMD 分解使不同的基音频率在不同的时段处于不同的 IMF 分量,且当清音或无声变为有声时,瞬时频率就会出现剧烈的波动。因此,对基音频率范围内(60~500 Hz),变化率在 5 ms 内大于 100 Hz 和幅值小于最大幅值 10% 以下的瞬时频率进行处理后,时频分辨率将得到提高,不再需要考虑数据分帧长度的周期变化之间的矛盾关系。因此,新方法既能真实描绘语音信号的非平稳非线性特征,又能提高基音周期提取的准确率和分辨率。

4.5 信号去噪能力^[22-23]

实测的大量非平稳信号都带有明显的噪声,目前去噪的方法通常分为 3 种:一是直接丢弃高频分量的硬阈值法;二是小波软阈值的方法;三是通过 HHT 变换进行去噪。同一段纯净信号通过随机白噪声污染后进行 3 种方法去噪能力对比,并定义处理的均方误差为重构信号与原信号之间的相似程度。3 种方法处理的均方误差分别为 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} 3 个数量级,可见,用 HHT 方法处理的精度最高。

4.6 对 EMD 分解可控性的研究^[24]

EMD 分解是依赖于信号本身特征的自适应过程,其筛分终止条件是仿柯西收敛准则,收敛标准 SD 通常选用 0.2~0.3,可照顾到 IMF 的稳定性和物理意义之间的平衡。但这种分解的可控性较差,通常难以事先确定可以分解的 IMF 个数和每一个 IMF 的频率、振幅范围。用每个 IMF 和原信号的相关性,通过 K-S 检验(Kolmogorov-Smirnov test)对各 IMF 定义累积密度函数(cumulative density function, CDF),再由原信号和 IMF 之间的相似概率,在建立时频谱时移去概率为零的各个分量(通常是高频分量),可使结果更加精确。由于非平稳信号中含有各种程度的非线性变形结果,这导致了“主频率漂移”和“频带展宽”的现象^[25],当这些非线性变形造成的高频分量沿时间轴均匀分布时,它们与原信号之间的概率分布相差较大。反过来说,信号的有效成分之间,一定是相关性较大,而不相关的分量一定是噪音或多种非线性变形的结果。实例计算的结果证实,频率越低的 IMF 与原信号之间的相关性越大。

5 结语

从 Fourier 变换到 Hilbert-Huang 变换,数值

方法的进展经历了从纯频域到固定时频窗、可变时频窗,再到自适应变换的发展过程。在这一进程中,传统方法的局限被一一克服,新方法的优越性逐渐体现,人们也在不断的探索中努力完善新方法,并且将之广泛运用于生产实践中。数值方

法的进展凝结了人类的智慧,在未来的工作中,拓展 HHT 的应用范围、优化 HHT 算法,将之写入大型通用软件,为更多工程实例所应用将是一项有意义的工作。当然,不断开发更具先进性的数值方法同样重要。

参考文献:

- [1] 周瑞忠,周小平,吴琛. 数值方法进展:从连续介质到离散粒子模型[J]. 工程力学,2005,22(S0):228-239.
- [2] 科恩 L. 时频分析:理论与应用[M]. 白居宪,译. 西安:西安交通大学出版社,2000.
- [3] Gabor D. Theory of communication (Part I): The analysis of information[J]. Journal of the Institution of Electrical Engineers(Part III): Radio and Communication Engineering,1946;93(26),429-441.
- [4] Mallat E S. A Wavelet Tour of Signal Processing[M]. London: Academic Press, 1999.
- [5] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London,1998, A454:903-995.
- [6] Huang N E, Wu M, Long S R, et al. A confidence limit for the empirical mode decomposition and the Hilbert spectral analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 2003, A459:2317-2345.
- [7] 盖强,马孝江,张海勇,等. 一种处理局域波法中边界效应的新方法[J]. 大连理工大学学报,2002,42(1):115-117.
- [8] 林丽,周霆,余轮. EMD 算法中边界效应处理技术[J]. 计算机工程,2009,35(23):265-268.
- [9] 陈平,李庆民,赵彤. 瞬时频率估计算法研究进展综述[J]. 电测与仪表,2006,43(7):1-6.
- [10] De Luigi C, Moreau E. An iterative algorithm for estimation of linear frequency modulated signal parameters[J]. IEEE Signal Processing Letters,2002,9(4):127-129.
- [11] 孙晖,朱善安. 基于过零点-极值点估计的瞬时频率幅度算法[J]. 电子与信息学报,2006,28(5):905-908.
- [12] 韩建平,李达文,王飞行. 基于 Hilbert-Huang 变换和随机子空间识别的模态参数识别[J]. 地震工程与工程振动,2010,30(1):53-59.
- [13] 付春,姜绍飞,牟海东. 基于改进 HHT 的结构模态参数识别方法[J]. 应用基础与工程科学学报,2011(4):583-590.
- [14] 赵玲,刘小峰,秦树人,等. HHT 新方法及其在齿轮箱故障诊断中的应用[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(2):207-211.
- [15] 郑近德,程军圣. 改进的希尔伯特-黄变换及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报,2015(1):138-145.
- [16] 陈文辉,李峰,蔡碧野. 基于快速二维经验模态分解的纹理分割[J]. 计算机工程与设计,2008,29(15):3960-3962.
- [17] Nunes J C. Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition[J]. Image and Vision Computing,2003,21(12):1019-1026.
- [18] 周振国. 二维 EMD 方法及其在图像处理中的应用研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2012.
- [19] 黄海,潘家强. 基于 Hilbert-Huang 变换的基音周期提取方法[J]. 声学学报,2006,31(1):35-41.
- [20] 杨志华,齐东旭,杨力华,等. 一种基于 HHT 的信号周期性分析方法及应用[J]. 中山大学学报:自然科学版,2005,44(2):14-18.
- [21] 闫磊,李永红,杜力力. 基于 Hilbert-Huang 变换基音周期检测算法[J]. 科技信息,2013(7):203-204.
- [22] 杨光亮,朱元清,于海英. 基于 HHT 的地震信号自动去噪方法[J]. 大地测量与地球动力学,2010,30(3):39-42.
- [23] 王利. HHT 在脑电信号去噪中的应用[J]. 信息技术,2014(7):81-83.
- [24] Wu Qi, Liu Yibing, Yan Keguo. A new approach to improved Hilbert-Huang transform[C]// Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. New York: IEEE,2006, 2: 5506-5510.
- [25] 吴琛,周瑞忠. 基于 Hilbert 谱的结构动力响应非线性特征分析[J]. 振动与冲击,2013,32(14):70-76.