

# 非均匀温变场中的主缆效应分析

肖一<sup>1,2</sup>

(1. 福建工程学院 土木工程学院, 福建 福州 350118; 2. 福建省土木工程新技术与信息化重点实验室, 福建 福州 350118)

**摘要:** 温度效应对主缆设计和施工有重要影响。在已有研究基础上, 推导了分析主缆非均匀温变场问题的解析方法, 其中的温度和静力应变均以无应变状态为参考态并考虑了主缆变形前后截面的变化, 在理论上较已有方法更为合理, 算例表明了其正确性。

**关键词:** 主缆; 温度效应; 解析解; 悬索桥

**中图分类号:** U441.3

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-4348(2015)04-0323-04

## Analysis of main cable effects considering non-uniform variable temperature fields

Xiao Yi<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

2. Fujian Provincial Key Laboratory of Advanced Technology and Informationization in Civil Engineering, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** Temperature effect plays an important role in the design and construction of suspension bridge main cables. A new analytical method of non-uniform variable temperature fields was derived by considering the non-uniform variable temperature fields of the main cables, i. e. the temperature and static load were treated as unstressed state, while considering the crosssection variations pre-and post-deformation of the main cable. The method is theoretically more rational, which is verified via an example.

**Keywords:** main cable; temperature effect; analytical solution; suspension bridge

主缆是悬索桥的主要受力构件,其架设的精细程度直接影响到后期构件的施工和结构的整体受力,又因为其架设完成后一般不能再调整,因而施工精度的控制非常重要。温度效应是主缆施工中必须要考虑的一个因素,其引起的主缆长度变化而造成的垂度变化需要在施工中予以考虑。文献[1]就对该问题进行了理论和测试研究。

对主缆温度效应的计算现多采用均匀温变模式<sup>[1-3]</sup>,但由于大跨悬索桥的纵向跨度很大,采用统一的温度变化有时显得不太合适,为更准确地计算主缆在温度荷载下的垂度变化,一般应考虑温差沿主缆的变化效应。文献[4]就对该问题进

行了研究。

关于主缆的温度效应,目前计算中多采用不考虑弹性效应的刚性索静力解析解,弹性效应的考虑则通过迭代进行。而实际上,关于弹性索的解析解已经存在,本文在索弹性解析解理论上,针对主缆非均匀温度场问题,做了重新推导,同时修正了传统理论在应变计算中的不足之处。与已有方法相比,本文方法更加合理。

## 1 理论推导

解析方法是索静力计算理论中精度较高的方法,目前较常使用的考虑弹性效应的解析解由文

收稿日期: 2015-07-15

基金项目: 福建工程学院科研启动基金(GY-Z14013)

作者简介: 肖一(1982-),男,辽宁盘锦人,讲师,工程师,博士,研究方向:悬索结构。

献[5]得出,文献[6-8]对其进行了进一步的扩展。

如图 1 所示的索段,在理想柔性和线弹性假定下,由  $x$  和  $z$  两个方向的平衡条件可得<sup>[5-6]</sup>:

$$T \frac{dx}{dp} = H \quad (1)$$

$$T \frac{dz}{dp} = V - q \cdot s \quad (2)$$

其中,  $s$  表示无应变时的弧长坐标;  $p$  表示变形后的弧长坐标;  $H$  和  $V$  分别是端部拉力的水平和竖直分量;  $T$  为索拉力;  $q$  为索无应变时每延米重量。

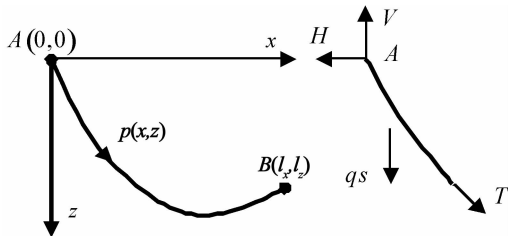


图 1 悬索计算图示

fig. 1 Calculation diagram of a suspension cable

本构关系为:

$$T = EA \left( \frac{dp}{ds} - 1 - \alpha \Delta t \right) \quad (3)$$

其中,  $E$  为索弹性模量;  $A$  为索在无应变状态下的截面积,与文献[5]不同的是这里考虑了温度效应的影响;  $\alpha$  为线膨胀系数;  $\Delta t$  为温度变化,以

$$l_x = \frac{HL_0}{EA} + \frac{H(1 + \alpha b_0)}{q} \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} + \alpha \sum_{i=1}^n b_i \phi_i \quad (9)$$

$$l_z = \frac{L_0}{EA} \left( V - \frac{qL_0}{2} \right) + \frac{1 + \alpha b_0}{q} \left[ \sqrt{H^2 + V^2} - \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} \right] + \alpha \sum_{i=1}^n b_i \varphi_i \quad (10)$$

经推导后可得  $\varphi_i$  的表达式为:

$$\varphi_1 = \frac{b_1}{2q^2} \left[ V \sqrt{H^2 + V^2} - (V + qL_0) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} + H^2 \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} \right] \quad (11)$$

$$\varphi_2 = \frac{b_2}{3q^2} \left[ \frac{(V^2 - 2H^2) \sqrt{H^2 + V^2} - (2H^2 - q^3 L_0^2 - qL_0 V - V^2) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}}{3H^2 V \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}}} \right] \quad (12)$$

$$\varphi_3 = \frac{b_3}{8q^4} \left[ \frac{(2V^3 - 13H^2 V) \sqrt{H^2 + V^2} + (3H^2 qL_0 - 2q^3 L_0^3 + 13H^2 V - 2q^2 L_0^2 V - 2qL_0 V^2 - 2V^3)}{\sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} - 3(H^4 - 4H^2 V^2) \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}}} \right] \quad (13)$$

温度升高为正。

从已有文献中可发现,对于主缆的非均匀温度变化的考虑大致有两种方法,一种是采用分段线性函数来近似表达<sup>[2-3]</sup>,另一种是曲线拟合方法<sup>[4]</sup>,多采用多项式拟合,考虑到后者应用较方便,这里采用后一种方法。其一般形式为:

$$\Delta t(s) = \sum_{i=0}^n b_i \cdot s^i \quad (4)$$

其中,  $n$  表示项数,  $b_i$  为系数,假设在  $b_0$  中已经考虑了基准温度的影响。这样,式(3)可表示为:

$$T(s) = EA \left( \frac{dp}{ds} - 1 - \alpha \sum_{i=0}^n b_i s^i \right) \quad (5)$$

由几何条件显然有关系式<sup>[6]</sup>:

$$T(s) = \sqrt{H^2 + (V - q \cdot s)^2} \quad (6)$$

利用链式微分法则:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= \frac{dx}{dp} \frac{dp}{ds} \\ \frac{dz}{ds} &= \frac{dz}{dp} \frac{dp}{ds} \end{aligned} \quad (7)$$

及两端边界条件:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0, \quad x(L_0) = l_x \\ z(0) &= 0, \quad z(L_0) = l_z \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $L_0$  为索无应变长度,通过积分并代入边界条件可得相应的关系式如下:

$$\varphi_4 = \frac{b_4}{30q^5} \left[ \begin{aligned} & (16H^4 - 83H^2V^2 + 6V^4) \sqrt{H^2 + V^2} + \\ & \left( -16H^4 + 8H^2q^2L_0^2 - 6q^4L_0^4 + 29H^2qL_0V - 6q^2L_0^3V + \right) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} - \\ & (83H^2V^2 - 6q^2L_0^2V^2 - 6qL_0V^3 - 6V^4) \end{aligned} \right] \quad (14)$$

$$\varphi_5 = \frac{b_5}{48q^6} \left[ \begin{aligned} & 8V^5 - 194H^2V^3 + 113H^4V \sqrt{H^2 + V^2} - \\ & \left( 15H^4qL_0 - 10H^2q^3L_0^3 + 8q^5L_0^5 + 113H^4V - 34H^2q^2L_0^2V + 8q^4L_0^4V - \right) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} + \\ & (82H^2qL_0V^2 + 8q^3L_0^3V^2 - 194H^2V^3 + 8q^2L_0^2V^3 + 8qL_0V^4 + 8V^5) \end{aligned} \right] \quad (15)$$

而  $\phi_i$  可表示为:

$$\phi_1 = \frac{Hb_1}{q^2} \left[ \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} - \sqrt{H^2 + V^2} + \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} \right] \quad (16)$$

$$\phi_2 = \frac{Hb_2}{2q^3} \left[ (3V + qL_0) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} - 3V \sqrt{H^2 + V^2} - (H^2 - 2V^2) \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} \right] \quad (17)$$

$$\phi_3 = \frac{Hb_3}{6q^4} \left[ \begin{aligned} & (11V^2 - 4H^2 + 2q^2L_0^2 + 5VqL_0) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} + (4H^2 - 11V^2) \sqrt{H^2 + V^2} + \\ & (6V^3 - 9H^2V) \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} \end{aligned} \right] \quad (18)$$

$$\phi_4 = \frac{Hb_4}{24q^5} \left[ \begin{aligned} & (50V^3 - 9H^2qL_0 + 6q^3L_0^3 - 55H^2V + 14q^2L_0^2V + 26qL_0V^2) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} - \\ & (50V^3 - 55H^2V) \sqrt{H^2 + V^2} + \\ & 3(3H^4 - 24H^2V^2 + 8V^4) \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} \end{aligned} \right] \quad (19)$$

$$\phi_5 = \frac{Hb_5}{120q^6} \left[ \begin{aligned} & \left( 64H^4 - 32H^2q^2L_0^2 + 24q^4L_0^4 - 161H^2qL_0V + 54q^3L_0^3V \right) \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2} - \\ & (-607H^2V^2 + 94q^2L_0^2V^2 + 154qL_0V^3 + 274V^4) \sqrt{H^2 + V^2} + \\ & 15V(15H^4 - 40H^2V^2 + 8V^4) \ln \frac{V + \sqrt{H^2 + V^2}}{V - qL_0 + \sqrt{H^2 + (V - qL_0)^2}} \end{aligned} \right] \quad (20)$$

文中给出了直到  $\phi_5$  和  $\varphi_5$  的表达式,若沿纵桥向 200 m 一个测点的话,至少可用于跨度为 1 000 m 的悬索桥的温度效应计算。

计算时,由于采用一个公式,该方法与均匀温变情况相同,与分段函数法相比较简单,这也可看作是该方法的一个优点,但该方法的计算公式较复杂。求解可采用 Newton-Raphson 法,相应的 Ja-

cobia 矩阵可参考文献[8],本文公式虽与其有所不同,但从理论上讲,这对最终结果没有影响,仅对收敛速度有稍许影响。

另外,与已有文献不同的是,文中的温度应变和静力应变的参考状态均为无应变状态,而已有文献[5-8]的静力应变的参考状态为温度变形后的状态,从理论上讲,本文方法显然更为合

理。以上表达若忽略温度效应影响即可退化为文献[5-6]的经典形式。

## 2 算例

以文献[2]中的实例作为算例,由于其中一些参数没有给出,这里做了一些设定。如图2所示为主跨960 m的宜昌长江公路大桥,与文献[1]相同,这里仅考虑主跨,按均匀和非均匀温度场两种方法计算温度效应影响。

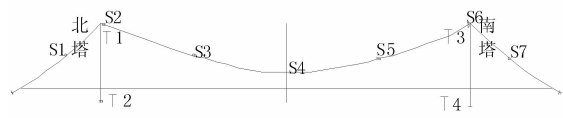


图2 温度测点布置图<sup>[1]</sup>

Fig.2 Arrangement of temperature measuring points

参考温度为20℃,线膨胀系数 $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ 。图中主跨各测点S2~S6的测量温度分别为:22.8、22.5、22.7、22.5、22.7℃。由此可算得主跨的平均温度为22.64℃。跨中垂度为88.326 m,考虑两侧预偏量的主缆中跨跨度为961.96 m,由此可得垂跨比为0.091 82,无应力长度为982.498 9 m。主缆弹性模量为 $1.95 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,截面积为

$0.539 6 \text{ m}^2$ 。原文中未给出测点布置的位置,这里假设是布置在1/4跨处、跨中和两端。计算时的收敛准则均为 $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。

均匀温变计算得到的跨中垂度为6.43 cm,本文方法计算得到的跨中垂度为6.5 cm,其中,均匀温变表示采用平均温度计算得到的结果。从本例计算结果来看,两种方法计算得到的结果比较接近。文献[2]因为还考虑了塔顶高程的变化而得到了稍有不同的结果,但总体来讲,当考虑主缆纵向非均匀温度场的影响后,主缆垂度呈增大的趋势。本例的各测点实测温度比较接近,而且跨度不是很大,对于超大跨度的悬索桥,当各测点测量值比较不均匀时,可能会得到更大的垂度差值。与已有方法相比,本文方法从理论上更为合理。

## 3 结语

在已有研究基础上,采用多项式拟合方法,推导了考虑弹性效应的用于分析主缆非均匀温度场问题的解析方法。其中的温度和静力应变均以无应变状态为参考态,理论上更为合理,算例表明了其正确性。本文方法可作为悬索桥主缆架设中垂度修正和线形控制的依据。

## 参考文献:

- [1] 林一宁,余屏孙,林亚超. 悬索桥架设期间主缆温度测试研究[J]. 桥梁建设,1997(3):58-66.
- [2] 梅葵花,经德良,黄平明,等. 悬索桥主缆温度效应的分析研究[C]//中国公路学会桥梁和结构工程学会2001年桥梁学术讨论会论文集. 北京:人民交通出版社,2001:506-511.
- [3] 白剑. 悬索桥施工过程温度场测试及温度效应分析[D]. 西安:长安大学,2004.
- [4] 沈慧,陈常松,颜东煌. 非均匀变温场中主缆初始位形的迭代计算[J]. 长沙交通大学学报,2006,22(3):40-43.
- [5] Irvine H M, Sinclair G B. The suspended elastic cable under the action of concentrated vertical loads[J]. International Journal of Solids and Structures,1976,12(4):309-317.
- [6] Irvine H M. Cable Structures[M]. New York: MIT Press,1981.
- [7] Peyrot A H, Goulois A M. Analysis of cable structures[J]. Computer and Structures,1979,10(5):805-813.
- [8] Jayaraman H B, Knudson W C. A curved element for the analysis of cable structures[J]. Computer and Structures,1981,14(81):325-333.

(责任编辑:陈雯)