

# 永磁同步电动机网络有限时间 PD 同步控制

林致睿<sup>1,2</sup>, 李建兴<sup>1,2</sup>, 石宇静<sup>1</sup>, 周从航<sup>1,2</sup>

(1. 福建理工大学 电子电气与物理学院, 福建 福州 350118;

2. 福建省工业集中自动化行业技术开发基地, 福建 福州 350118)

**摘要:** 针对永磁同步电动机系统的参数处在某些范围内出现的混沌振荡现象, 以单个永磁同步电动机系统为节点, 建立多电机互连网络模型, 研究复杂电机网络的混沌振荡同步控制。通过所设计的 PD 控制方法, 使整个电动机网络在有限时间内达到目标平衡点, 确保电机网络的稳定。理论分析和仿真结果表明, 所设计的 PD 控制器能够有效地提高电机网络的稳定性和收敛时间, 对保证电动机传动系统的协调同步运行具有一定的应用价值。

**关键词:** 复杂网络; 有限时间同步; PD; 永磁同步电动机; 混沌振荡

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1672-4348(2023)04-0385-07

## Finite-time PD synchronous control for permanent magnet synchronous motor network

LIN Zhirui<sup>1,2</sup>, LI Jianxing<sup>1,2</sup>, SHI Yujing<sup>1</sup>, ZHOU Conghang<sup>1,2</sup>

(1. School of Electronic, Electric Engineering and Physics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;

2. Fujian Industrial Centralized Automation Industry Technology Development Base, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** Aiming at the chaotic oscillation that occur when the parameters of permanent magnet synchronous motor system are in certain ranges, a multi-motor interconnection network model was established to study the chaotic oscillation synchronization control of complex motor network, with a single permanent magnet synchronous motor system as the node. With the PD control method designed, the whole motor network can reach the target equilibrium point in a limited time to ensure the stability of the motor network. Theoretical analysis and simulation results show that the designed PD controller can effectively improve the stability and convergence time of the motor network, and has certain application value to ensure the coordinated and synchronous operation of the motor drive system.

**Keywords:** complex networks; finite-time synchronization; PD control; permanent magnet synchronous motor; chaotic oscillation

永磁同步电动机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 因制造成本低、功率因素高、调速范围宽、控制性能良好等优点, 被广泛应用于工业生产等领域<sup>[1]</sup>。然而, 永磁同步电动机作为一种多变量、强耦合的高度非线性系统, 在某些参数范围下表现出混沌振荡现象, 可能导致电流低频振荡, 扭矩间歇性波动, 转速忽高忽低等问题, 对电动机的动态响应性能及其运行的稳定

性造成严重危害<sup>[2]</sup>。因此, 学者们提出一些控制方法消除永磁同步电动机的混沌振荡现象, 保证永磁同步电动机的稳定运行<sup>[3-5]</sup>。例如, 文献[3]提出了一种消除和抑制永磁同步电动机混沌振荡的自适应鲁棒控制方法。文献[5]针对外部因素导致的永磁同步电动机的参数不确定时, 设计了自适应有限时间控制器消除电动机的混沌振荡现象。上述控制方法主要用于解决单台永磁同步电

收稿日期: 2023-05-15

基金项目: 福建工程学院科研启动基金 (GY-Z21215, GY-Z21216)

第一作者简介: 林致睿 (1998—), 男, 福建漳州人, 硕士研究生, 研究方向: 复杂网络同步控制。

动机的振荡问题,但在实际中常常遇到数量众多的电动机互联的复杂电动机网络。利用复杂网络的同步控制方法研究复杂电机网络的混沌振荡问题具有重要的现实意义。现有的同步控制方法主要有自适应控制、节点反馈控制、优化控制、事件驱动控制、混合控制等<sup>[6]</sup>。近年来,因 PID (Proportion integration differentiation) 控制器具有简单的反馈控制结构,并且不需要精确的数学模型<sup>[7]</sup>,基于 PID 控制的复杂网络同步研究也引起关注。Peng 等<sup>[8]</sup>针对具有有向拓扑结构的时滞复杂网络,设计了 PI (proportion integration) 和 PD (proportion differentiation) 控制器,并考虑保证复杂网络全局同步的充分条件。Lin 等<sup>[9]</sup>分别建立有外部干扰和无外部干扰的多输出耦合复杂网络的模型,在所设计的 PD 和 PI 控制器作用下,分别实现了两种复杂网络的  $H_\infty$  输出同步。而 Gu 等人<sup>[10]</sup>结合 PI 控制和自适应控制思想,提出了自适应 PI 控制器设计方法,利用随机分析技术和 LaSalle 不变原理,证明了具有随机耦合的非线性复杂网络的同步误差系统的均方稳定性。

然而,上述 PID 控制器仅仅是在时间趋于无穷的复杂网络才能达到同步状态。实际应用更希望可以在有限时间内实现同步,以节约时间和成本、提高效益和利润。文献[11]提出了一种保证一类具有多状态/微分耦合的复杂网络有限时间无源性和有限时间同步的 PD 控制器设计方案。但其所设计的 PD 控制器中含有符号函数,而符号函数的不连续性会导致系统产生抖振的负面影响。

综上,本课题围绕复杂网络有限时间同步控制开展研究,旨在将复杂网络有限同步控制理论应用于电动机网络研究,设计一种无抖振、高收敛性的 PD 控制器实现复杂网络的有限时间同步,使整个系统具有良好的稳态性能和抗干扰能力。

## 1 永磁同步电动机网络的数学模型

单台永磁同步电动机在  $d-q$  旋转坐标系下的数学模型如下<sup>[12-13]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = (u_d - R_1 i_d + \omega L_q i_q) / L_d \\ \frac{di_q}{dt} = (u_q - R_1 i_q - \omega L_d i_d - \omega \psi_r) / L_q \\ \frac{d\omega}{dt} = [n_p \psi_r i_q + n_p (L_d - L_q) i_d i_q - T_L - \beta \omega] / J \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $i_d$ 、 $i_q$  和  $\omega$  分别表示永磁同步电动机系统  $d$  轴定子电流、 $q$  轴定子电流和转子角速度;  $R_1$  表示定子绕组;  $\psi_r$  是转子磁极永久磁通;  $L_d$  和  $L_q$  分别表示  $d$  轴和  $q$  轴的定子电感;  $J$  是转动惯量;  $\beta$  表示转子粘性阻尼系数;  $n_p$  是极对数;  $u_d$ 、 $u_q$  和  $T_L$  分别表示  $d$  轴、 $q$  轴的定子电压和外部扭矩; 其中,  $R_1$ 、 $\beta$ 、 $J$ 、 $L_d$ 、 $L_q$  和  $T_L$  均为正数。

运用仿射变换和时间尺度变换可将式(1)变换为无量纲的状态方程,选择仿射变换  $\mathbf{x} = \lambda \tilde{\mathbf{x}}$  及时间尺度变换  $t = \tau \tilde{t}$ <sup>[14]</sup>, 其中:

$$\mathbf{x} = [i_d \quad i_q \quad \omega]^T, \tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{\omega}]^T, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_d & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_q & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bk & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix},$$

$$\tau = L_q / R_1, k = \frac{\beta}{n_p \tau \psi_r}, b = L_q / L_d.$$

代入(1)式,则变换后的无量纲状态方程为:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -b\tilde{i}_d + \tilde{w}\tilde{i}_q + \tilde{u}_d \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{w}\tilde{i}_d + \tilde{g}\tilde{w} + \tilde{u}_q \\ \frac{d\tilde{w}}{d\tilde{t}} = s(\tilde{i}_q - \tilde{w}) + \tilde{e}\tilde{i}_d \tilde{i}_q - \tilde{T}_L \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$\gamma = -\frac{\Psi_r}{kL_q}, \sigma = \frac{\beta\tau}{J}, \varepsilon = \frac{n_p b \tau^2 k^2 (L_d - L_q)}{J},$$

$$\tilde{u}_d = \frac{1}{R_1 k} u_d, \tilde{u}_q = \frac{1}{R_1 k} u_q, \tilde{T}_L = \frac{\tau^2}{J} T_L.$$

本研究针对气隙均匀的永磁同步电动机,即  $L_d = L_q = L$  时,式(2)可变换为:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_d + \tilde{w}\tilde{i}_q + \tilde{u}_d \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{w}\tilde{i}_d + \tilde{g}\tilde{w} + \tilde{u}_q \\ \frac{d\tilde{w}}{d\tilde{t}} = s(\tilde{i}_q - \tilde{w}) - \tilde{T}_L \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\tilde{i}_d$ 、 $\tilde{i}_q$  和  $\tilde{\omega}$  分别为经过无量纲变换后  $d$  轴定子电流、 $q$  轴定子电流和发电机角速度;  $\tilde{u}_d$ 、 $\tilde{u}_q$  和

$\tilde{T}_L$  分别为  $d$ 、 $q$  轴外加电压和外部负载转矩;  $\sigma$  和  $\gamma$  是系统无量纲参数且均大于零,其对永磁同步电动机系统的非线性动力学行为具有关键作用。

已有研究表明,当永磁同步电动机处在负载加电工作情况下,永磁同步电动机在一定的系统参数选择和外部输入下会出现混沌振荡状态<sup>[2,15]</sup>。如图1所示,当  $\sigma = 5.46$ 、 $\gamma = 25$  时,令初始条件  $i_d(0) = 5$  A,  $i_q(0) = 1$  A,  $\omega(0) = -1$  rad/s, 永磁同步电动机系统的各状态变量处于无规则的振荡状态,其仿真的三维混沌吸引子如图2所示。混沌振荡状态可能会影响电机的工作状态,甚至引起电机传动系统的崩溃。

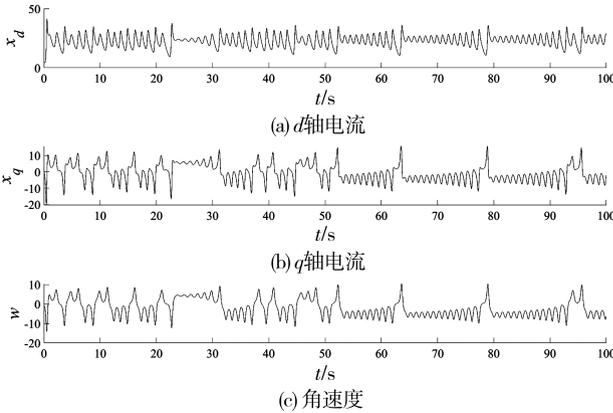


图1 永磁同步电动机状态变量混沌振荡曲线

Fig.1 Chaotic oscillation curve of PMSM state variables

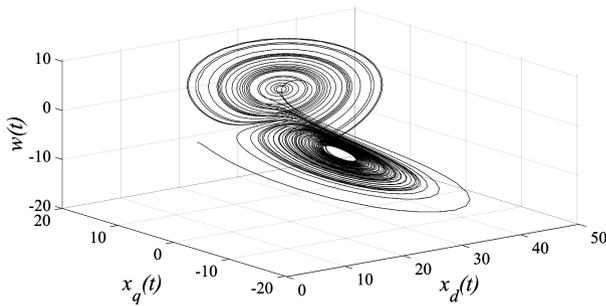


图2 单台永磁同步电动机混沌吸引子

Fig.2 Chaotic attractor of a single PMSM

由  $N$  个永磁同步电动机系统构建的多电机网络在一定的系统参数下,同样呈现无周期的混沌振荡非同步状态。在多电机互连网络模式中,单机故障有可能会进一步诱发级联故障,导致整个电机网络系统的瘫痪;同时,在多电机网络中需要协调多台电动机的运行,而混沌振荡现象会影响同步协调工作难以进行,进而导致电动机传动系统的崩溃。

以单台永磁同步电动机系统为节点,构造含有  $N$  个节点的电动机网络,则电动机网络的第  $i$  个节点的动力学方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_{di} = -x_{di} + x_{qi}x_{\omega i} + \tilde{u}_{di} + c \sum_{j=1}^N a_{ij}x_{dj} \\ \dot{x}_{qi} = -x_{qi} - x_{di}x_{\omega i} + \gamma x_{\omega i} + \tilde{u}_{qi} + c \sum_{j=1}^N a_{ij}x_{qj} \\ \dot{x}_{\omega i} = \sigma(x_{qi} - x_{\omega i}) - \tilde{T}_{Li} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $x_{di} = \tilde{i}_d$ ,  $x_{qi} = \tilde{i}_q$ ,  $x_{\omega i} = \tilde{\omega}$ ,  $c \sum_{j=1}^N a_{ij}x_{dj}$  和  $c \sum_{j=1}^N a_{ij}x_{qj}$  是网络中节点之间的耦合项;  $\tilde{u}_{di}$ ,  $\tilde{u}_{qi}$  和  $\tilde{T}_{Li}$  为外部输入,分别表示  $d$ 、 $q$  轴外加电压和外部负载转矩。

若令  $\mathbf{x}_i = [x_{di}, x_{qi}, x_{\omega i}]^T$ , 内部耦合矩阵  $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(1, 1, 0)$ ,  $\mathbf{u}_i = [\tilde{u}_{di}, \tilde{u}_{qi}, \tilde{T}_{Li}]^T$

$$f(\mathbf{x}_i(t)) = \begin{bmatrix} -x_{di} + x_{qi}x_{\omega i} \\ -x_{qi} - x_{di}x_{\omega i} + \gamma x_{\omega i} \\ \sigma(x_{qi} - x_{\omega i}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

则(4)可以看成如下由  $N$  个节点构成的一般化复杂网络模型的特殊形式:

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = f(\mathbf{x}_i(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij}\mathbf{\Gamma}x_j + \mathbf{u}_i(t) \quad (6)$$

其中  $\mathbf{x}_i(t) = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in \mathbb{R}^n$ , 表示第  $i$  个节点的状态向量;  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t)) = [f_1(x_{i1}(t)), f_2(x_{i2}(t)), \dots, f_n(x_{in}(t))]^T \in \mathbb{R}^n$  表示连续的非线性向量值函数,用于描述每个孤立节点的动力学;  $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{R}^n$  表示第  $i$  个节点的控制输入;  $0 < c \in \mathbb{R}$  表示耦合强度;  $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  表示内部耦合矩阵且  $r_i > 0$ ;  $\mathbf{A} = (a_{ij})_{N \times N}$  表示外部耦合矩阵(网络拓扑结构),若第  $i$  个节点和第  $j$  个节点之间有连接,则  $a_{ij} = a_{ji} > 0$ , 否则  $a_{ij} = a_{ji} = 0$ , 且  $a_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ 。

**备注1** 由外部耦合矩阵  $\mathbf{A}$  的定义可知,  $\mathbf{A} = -\mathbf{L}$ , 其中,矩阵  $\mathbf{L}$  为拉普拉斯矩阵。对于一个无向图,矩阵  $\mathbf{L}$  是对称的。且  $0$  是矩阵  $\mathbf{L}$  的一个特征值,其对应的特征向量为  $\mathbf{1}_N = [1, \dots, 1]^T$ 。根据 Gershgorin 定理,在无向图中,  $\mathbf{L}$  的所有非

零特征值都是正的。因此,  $\mathbf{A}$  的所有非零特征值都为负。即矩阵  $\mathbf{A}$  是一个对称负半定矩阵。当且仅当无向图是连通时,  $0$  是  $\mathbf{L}$  的一个特征值。因此, 对于连通无向图, 矩阵  $\mathbf{A}$  的特征值为  $0 = \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ 。

## 2 复杂网络有限时间同步控制的预备知识

本研究的目标是通过设计合适的控制策略, 在多机互联模式下控制电机网络的同步稳定性, 将处在任意状态的电动机网络在有限时间内控制在稳定状态值。

令  $\mathbf{s}(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t))^T \in \mathbb{R}^N$  为复杂动态网络的稳定平衡点, 假设它是唯一的且满足  $\dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{s}(t)) = 0$ 。

定义同步误差为  $e_i(t) = x_i(t) - s(t)$ , 则同步误差系统可以描述为:

$$\dot{e}_i(t) = \mathbf{f}(x_i(t)) - \mathbf{f}(s(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma e_j(t) + u_i(t) \quad (7)$$

**定义 1** 对于复杂动态网络(1), 若存在某一时刻  $t^* > 0$ , 使得

$$\lim_{t \rightarrow t^*} \|e_i(t)\| = \lim_{t \rightarrow t^*} \|x_i(t) - s(t)\| = 0$$

其中  $\|\cdot\|$  表示向量欧式范数, 则称复杂动态网络(1)实现有限时间同步, 说明整个电动机网络达到稳定。

**假设 1** 假设函数  $f(x)$  满足 Lipschitz 条件, 即存在一个常数  $\mu > 0$ , 对于  $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$  有如下不等式成立:

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq \mu \|x_1 - x_2\|$$

**引理 1**<sup>[16]</sup> 给定一个对称矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  且令  $\lambda_{\max}(\mathbf{A})$  和  $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$  分别为矩阵  $\mathbf{A}$  的最大特征值和最小特征值, 则

$$\lambda_{\min}(\mathbf{A}) \zeta^T \zeta \leq \zeta^T \mathbf{A} \zeta \leq \lambda_{\max}(\mathbf{A}) \zeta^T \zeta, \forall \zeta \in \mathbb{R}^N$$

**引理 2**<sup>[17]</sup> 对于任意  $\theta_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n, 0 < \tau \leq 1$ , 有如下不等式成立:

$$\sum_{i=1}^n |\theta_i|^\tau \geq \left( \sum_{i=1}^n |\theta_i| \right)^\tau$$

**引理 3**<sup>[18]</sup> 假设一个连续且正定的函数  $V(t)$  满足以下不等式条件:

$$\dot{V}(t) \leq lV(t) - kV^\eta(t), t \geq t_0, V(t_0) \geq 0,$$

其中,  $l > 0, 0 < \eta < 1, k > 0$ , 那么对于任意初始时刻

$t_0$ , 当  $V^{1-\eta}(t_0) < k/l$  时, 则有:

$$V(t) \leq e^{l(t-t_0)} \left[ V^{1-\eta}(t_0) - \frac{k}{l} + \frac{k}{l} e^{-l(1-\eta)(t-t_0)} \right]^{1/(1-\eta)},$$

$$t_0 \leq t \leq t_1$$

且

$$V(t) = 0, t \geq t_1$$

其中,  $t_1 = t_0 + \frac{1}{l(\eta-1)} \ln \left( 1 - \frac{l}{k} V^{1-\eta}(t_0) \right)$  为设定时间。

## 3 PD 控制器设计

为实现复杂动态网络(6)在有限时间内达到同步, 设计 PD 控制器实现复杂动态网络(6)有限时间同步, 并通过有限时间稳定性引理加以证明, 设计 PD 控制器如下:

$$u_i(t) = K_P \left( \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma e_j(t) - \beta_i e_i^\varepsilon(t) \right) + K_D \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma \dot{e}_j(t) \quad (8)$$

其中,  $K_P > 0, K_D > 0$  分别是比例和微分控制协议的增益;  $\beta = \text{diag}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N), \beta_i > 0, \varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  均为正奇数, 而且满足  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ , 令  $\eta = \frac{1+\varepsilon}{2}$ , 那么  $0 < \eta < 1, e_i^\varepsilon(t) = [e_{i1}^\varepsilon(t), e_{i2}^\varepsilon(t), \dots, e_{in}^\varepsilon(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ 。

**备注 2** 在以往的大多数研究中, 为达到同步误差系统的有限时间稳定, 所设计的控制器大多带有符号函数  $\text{sign}(\cdot)$ <sup>[19-21]</sup>, 从而容易造成系统抖振的不良现象。为避免抖振现象, 有学者设计了连续的控制器的<sup>[22]</sup>, 如  $r_i(t) = -k_1 w_i^{m_1/m_2} - k_2 w_i^{m_3/m_4}$ , 其中  $k_1 > 0, k_2 > 0, m_1, m_2, m_3, m_4$  是满足  $m_1 > m_2, m_3 < m_4$  的正奇数。此类控制器消除了带有符号控制器造成的不利影响。受此启发, 本研究通过不带符号函数的 PD 控制器实现同步误差系统的有限时间同步。

$$\text{若令: } e(t) = [e_1^T(t), \dots, e_N^T(t)]^T$$

$$\bar{f}(x(t)) = [f^T(x_1(t)), \dots, f^T(x_N(t))]^T$$

$$\bar{f}(s(t)) = [f^T(s(t)), \dots, f^T(s(t))]^T$$

$$e^\varepsilon(t) = [e_1^\varepsilon(t), e_2^\varepsilon(t), \dots, e_N^\varepsilon(t)]^T$$

由式(7)和式(8)可得同步误差系统为:

$$\dot{e}(t) = \bar{f}(x(t)) - \bar{f}(s(t)) + (c + K_P)(\mathbf{A} \otimes \Gamma) e(t) - K_P(\beta \otimes I_N) e^\varepsilon(t) + K_D(\mathbf{A} \otimes \Gamma) \dot{e}(t) \quad (9)$$

**定理 1** 考虑由式(6)描述的复杂动态网络,在假设 1 成立的条件下,在 PD 控制协议(8)的作用下,当满足:

$$(1) \mu + (c + K_p) \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) + \frac{l}{2} \cdot [K_D \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) - 1] \leq 0;$$

$\mathbf{\Gamma}) - 1] \leq 0;$

$$(2) \left\{ k \cdot \left( 1 - \frac{K_D \lambda_{\min}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})}{2} \right)^\eta - K_p \cdot \lambda_{\min}(\beta \otimes I_N) \right\} \leq 0;$$

$I_N) \} \leq 0;$

则复杂动态网络(6)可达到有限时间同步。

证明:选取如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} e^T(t) (I_N - K_D(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) e(t) \quad (10)$$

根据耦合矩阵  $\mathbf{A}$  的定义,备注 1 可知矩阵  $\mathbf{A}$  为对称半负定矩阵。又由  $K_D > 0$ , 因此矩阵  $I_N - K_D(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})$  为正定矩阵且最小特征值  $\lambda_{\min}(I_N - K_D(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) = 1$ 。

计算  $V(t)$  沿系统(9)的导数并考虑假设 1 成立,得到:

$$\dot{V}(t) = e^T(t) (I_N - K_D(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) \dot{e}(t) =$$

$$\begin{aligned} & e^T(t) \dot{e}(t) - K_D e^T(t) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) \dot{e}(t) = e^T(t) [\bar{f}(\mathbf{x}(t)) - \bar{f}(\mathbf{s}(t)) + (c + K_p) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) e(t) - K_p (\beta \otimes I_N) e^\varepsilon(t) + \\ & K_D (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) \dot{e}(t)] - K_D e^T(t) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) \dot{e}(t) = \\ & e^T(t) [\bar{f}(\mathbf{x}(t)) - \bar{f}(\mathbf{s}(t)) + (c + K_p) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) e(t) - \\ & K_p (\beta \otimes I_N) e^\varepsilon(t)] \end{aligned} \quad (11)$$

由(11)式可得:

$$\dot{V}(t) - lV(t) + kV^\eta(t) = e^T(t) [\bar{f}(\mathbf{x}(t)) -$$

$$\bar{f}(\mathbf{s}(t)) + (c + K_p) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) e(t) - K_p (\beta \otimes I_N) e^\varepsilon(t)] - \frac{1}{2} l e^T(t) [(I_N - K_D(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) e(t) +$$

$$k \left\{ \frac{1}{2} e^T(t) [(I_N - K_D(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) e(t)] \right\}^\eta =$$

$$\begin{aligned} & e^T(t) [\bar{f}(\mathbf{x}(t)) - \bar{f}(\mathbf{s}(t)) + (c + K_p) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) e(t) - \\ & K_p (\beta \otimes I_N) e^\varepsilon(t)] - \frac{1}{2} l [e^T(t) e(t) - K_D e^T(t) (\mathbf{A} \otimes \\ & \mathbf{\Gamma}) e(t)] + k \left( \frac{1}{2} \right)^\eta [(e^T(t) e(t) - K_D e^T(t) (\mathbf{A} \otimes \\ & \mathbf{\Gamma}) e(t))]^\eta \end{aligned} \quad (12)$$

由假设 1 可得:

$$e^T(t) [\bar{f}(\mathbf{x}(t)) - \bar{f}(\mathbf{s}(t))] =$$

$$\sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\bar{f}(\mathbf{x}(t)) - \bar{f}(\mathbf{s}(t))) \leq \quad (13)$$

$$\mu \sum_{i=1}^N \|e_i(t)\|^2 = \mu e^T(t) e(t)$$

根据引理 2 可得:

$$e^T(t) e^\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (e_{ij}^2(t))^{(1+\varepsilon)/2} \geq$$

$$\left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n e_{ij}^2(t) \right)^{(1+\varepsilon)/2} = (e^T(t) e(t))^{\frac{1+\varepsilon}{2}} = (e^T(t) e(t))^\eta \quad (14)$$

根据引理 1 和(13)、(14)可得:

$$\dot{V}(t) - lV(t) + kV^\eta(t)$$

$$\leq \mu e^T(t) e(t) + (c + K_p) \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) e^T(t) e(t) - K_p \lambda_{\min}(\beta \otimes I_N) e^T(t) e^\varepsilon(t) - \frac{l}{2} e^T(t) e(t) + \frac{l}{2} \cdot$$

$$K_D \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) e^T(t) e(t) + k \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^\eta \{ [(1 - K_D \cdot \lambda_{\min}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) e^T(t) e(t)]^\eta \leq [\mu + (c + K_p) \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) - \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \cdot K_D \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})] e^T(t) e(t) - K_p \lambda_{\min}(\beta \otimes I_N) (e^T(t) e(t))^\eta + k \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^\eta \{ [(1 - K_D \cdot \lambda_{\min}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})) e^T(t) e(t)]^\eta = [\mu + (c + K_p) \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma}) - \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \cdot K_D \lambda_{\max}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})] e^T(t) e(t) + \{ k \cdot \left( \frac{1 - K_D \lambda_{\min}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{\Gamma})}{2} \right)^\eta - K_p \cdot \lambda_{\min}(\beta \otimes I_N) \} (e^T(t) e(t))^\eta \} \leq 0, \text{完成证明。}$$

## 4 仿真

永磁同步电动机系统的参数设置为  $\sigma = 5.46$ ,  $\gamma = 20$ 。考虑含有  $N = 5$  个节点的永磁同步电动机网络,耦合强度  $c = 0.5$ ,外部耦合矩阵如下:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

电动机网络各个节点的初始状态分别为:

$$x_1(0) = [-1.062, 3.665, -7]^T,$$

$$x_2(0) = [4.8, -7.65, -3.8]^T,$$

$$x_3(0) = [-1.55, 3.714, -4.58]^T,$$

$$x_4(0) = [2.5, -3.36, -3.23]^T,$$

$$x_5(0) = [-2.3058, 3.888, 1.8]^T.$$

控制器中,内部耦合矩阵  $\mathbf{F} = \text{diag}(1, 1, 0)$ ,表示在电机网络中施加控制调节  $d$  轴和  $q$  轴的定子电压;  $K_p = K_D = 0.5, \beta_i = 200, \varepsilon = \frac{1}{3}$ 。根据文献 [15],永磁同步电动机网络的控制目标平衡点设置为  $s(t) = [23.959\ 2, -4.814\ 5, -5.034\ 2]$ 。当电动机网络未施加控制时,同步误差的轨迹如图 3 所示,由此可见复杂电机网络无法与目标平衡点实现同步。

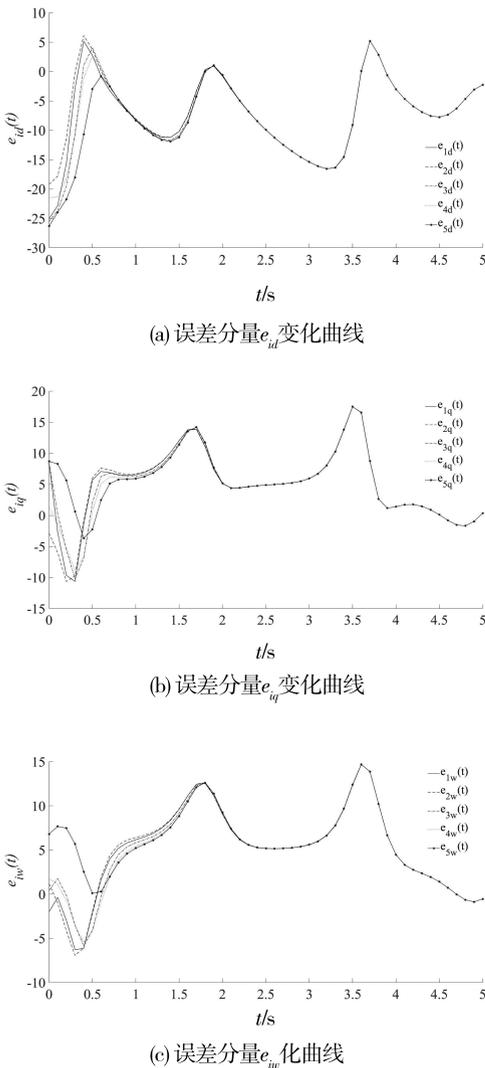


图 3 未施加控制时同步误差

Fig.3 Synchronization errors without control

图 4 描述了在 PD 控制的作用下,永磁同步电动机网络各节点的状态与目标平衡点之间的

同步误差变化曲线,可见永磁同步电动机网络各节点的状态与目标控制点之间的同步误差在有限时间内趋于零,即电动机网络各节点的状态在有限时间内被控制到目标平衡点,保证了永磁同步电动机网络短时间内达到电动机的稳定控制目标值,并在该目标值状态下同步正常运行。

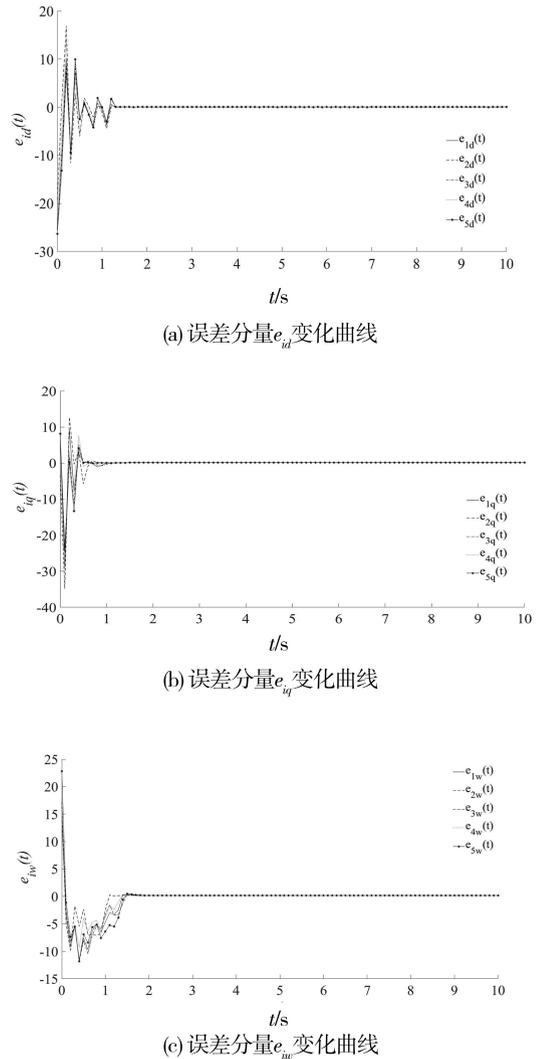


图 4 PD 控制器作用下同步误差

Fig.4 Synchronization errors under PD controller

为了进一步验证本研究所设计方法的优势,将 PD 控制器(8)与文献[15]所设计的控制器进行对比。文献[15]提出的控制器如式(16)所示:

$$u_i = cd\mathbf{F}(x_i - s(t)) \quad (16)$$

其中,  $c=0.5, d=1.5$ ,其他系统参数设置相同。则在控制器式(16)的作用下,复杂网络同步误差轨迹如图 5 所示。

比较本研究 and 文献[15]的控制器作用下的同步误差轨迹图可见,两种方法都可以使整个电动机网络在有限时间内被控制到目标平衡点。但是,在文献[15]所设计控制器的作用下,复杂电

机网络的同步误差达到稳定的时间需要4 s,而本研究设计的控制器仅需要1 s,即在本研究设计的PD控制器作用下,同步速度更快,效果更佳。

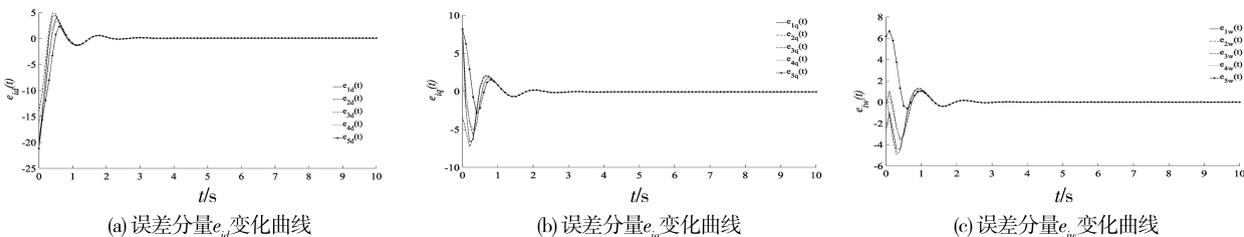


图5 在文献[15]控制器作用下的同步误差

Fig.5 Synchronization errors under controller of Reference [15]

## 5 结语

本研究以单台永磁同步电动机为节点,建立永磁同步电动机的复杂网络模型,研究复杂电机网络有限时间同步问题。所设计的有限时间PD控制器不带符号函数,克服了现有的有限时间同步控制器抖振的缺陷,具有结构简单、连续、同步性能好、

控制器容易实现等优点。不同于以往解决单台永磁同步电动机系统混沌振荡的问题,本研究设计PD控制器对多电机互联网络进行同步控制,将处在混沌振荡的电动机网络所有节点在有限时间内控制在稳定平衡点,并通过有限时间稳定理论分析得到抑制电动机网络混沌振荡的充分条件,数值仿真实验验证了该理论分析的正确性。

## 参考文献:

- [1] WU J, MA R R. Robust finite-time and fixed-time chaos synchronization of PMSMs in noise environment[J]. ISA Transactions, 2022, 119: 65-73.
- [2] NGUYEN T B T, LIAO T L, YAN J J. Adaptive sliding mode control of chaos in permanent magnet synchronous motor via fuzzy neural networks[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-11.
- [3] HU J, QIU Y, LU H. Adaptive robust nonlinear feedback control of chaos in PMSM system with modeling uncertainty[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(19/20): 8265-8275.
- [4] SUN Y H, WU X P, BAI L Q, et al. Finite-time synchronization control and parameter identification of uncertain permanent magnet synchronous motor[J]. Neurocomputing, 2016, 207: 511-518.
- [5] WANG J K, CHEN X Q, FU J K. Adaptive finite-time control of chaos in permanent magnet synchronous motor with uncertain parameters[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 78(2): 1321-1328.
- [6] 任红卫, 邓飞其. 随机复杂网络同步控制研究进展综述[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(10): 1261-1274.
- [7] GU H B, LIU P, LÜ J H, et al. PID control for synchronization of complex dynamical networks with directed topologies[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3): 1334-1346.
- [8] LIU P, GU H B, KANG Y, et al. Global synchronization under PI/PD controllers in general complex networks with time-delay[J]. Neurocomputing, 2019, 366: 12-22.
- [9] ZHAO L H, WEN S P, XU M, et al. PID control for output synchronization of multiple output coupled complex networks[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2022, 9(3): 1553-1566.
- [10] GU H B, LIU K X, LÜ J H. Adaptive PI control for synchronization of complex networks with stochastic coupling and nonlinear dynamics[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2020, 67(12): 5268-5280.
- [11] WANG J L, ZHAO L H, WU H N, et al. Finite-time passivity and synchronization of multi-weighted complex dynamical networks under PD control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, PP(99): 1-12.

- [6] 赵京,李立明,尚红,等. 基于主成分分析法的机械臂运动灵活性性能综合评价[J]. 机械工程学报,2014,50(13):9-15.
- [7] 张秀芬,张树有,伊国栋. 产品多粒度层次可拆卸性评价模型与方法[J]. 浙江大学学报(工学版),2010,44(3):581-588.
- [8] 田广东,张洪浩,王丹琦. 基于模糊 AHP-灰色关联 TOPSIS 的拆解方案评估研究[J]. 机械工程学报,2017,53(5):34-40.
- [9] 郭钧,王振东,杜百岗,等. 考虑不定拆卸程度的选择性异步并行拆卸序列规划[J]. 中国机械工程,2021,32(9):1080-1090,1101.
- [10] 汤可石,王玉琳. 产品拆解过程的碳排放分析[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2017,40(1):18-23.
- [11] 陈兆芳,黄文翰,陈石玮,等. 基于二元语义的装配式建筑方案评价研究[J]. 工程管理学报,2021,35(6):19-24.
- [12] WANG W J, TIAN G D, ZHANG T Z, et al. Scheme selection of design for disassembly (DFD) based on sustainability: a novel hybrid of interval 2-tuple linguistic intuitionistic fuzzy numbers and regret theory[J]. Journal of Cleaner Production, 2021, 281:124724.
- [13] 朱江洪,李延来. 基于区间二元语义与故障模式及影响分析的地铁车门故障风险评估[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(7):1630-1638.
- [14] 赵岩. 基于主成分分析-云模型的黄土隧道施工稳定性评估[J]. 隧道建设(中英文), 2022, 42(9):1529-1536.

(责任编辑:陈雯)

(上接第 391 页)

- [12] CHENG Z J, XUE G Y, WANG C, et al. Adaptive chaos synchronization control of nonlinear PMSM system using extended state observer[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016, 2016:1-10.
- [13] HEMATI N. Strange attractors in brushless DC motors[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1994, 41(1):40-45.
- [14] 张波,李忠,毛宗源. 永磁同步电动机的混沌模型及其模糊建模[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(6):841-844.
- [15] 高远,李忠富,袁海英,等. 复杂网络中众多混沌运动电机的同步控制研究[J]. 内蒙古大学学报(自然科学版), 2011, 42(3):355-360.
- [16] HORN R A, JOHNSON C R. Topics in matrix analysis[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1991.
- [17] HUANG X Q, LIN W, YANG B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems[J]. Automatica, 2005, 41(5):881-888.
- [18] HU C, YU J, JIANG H J. Finite-time synchronization of delayed neural networks with Cohen-Grossberg type based on delayed feedback control[J]. Neurocomputing, 2014, 143:90-96.
- [19] WEI R Y, CAO J D, ALSAEDI A. Finite-time and fixed-time synchronization analysis of inertial memristive neural networks with time-varying delays[J]. Cognitive Neurodynamics, 2018, 12(1):121-134.
- [20] YANG S J, LI C D, HUANG T W, et al. Fixed-time consensus of complex dynamical networks with nonlinear coupling and fuzzy state-dependent uncertainties[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2019, 365:81-97.
- [21] CHEN C, LI L X, PENG H P, et al. A new fixed-time stability theorem and its application to the fixed-time synchronization of neural networks[J]. Neural Networks, 2020, 123:412-419.
- [22] XU Y H, WU X Q, LI N, et al. Fixed-time synchronization of complex networks with a simpler nonchattering controller[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020, 67(4):700-704.

(责任编辑:方素华)