

# 基于改进灰色模型 GM(1,1) 的故障间隔时间预测

陈兆芳, 王建骅

(福建工程学院 管理学院, 福建 福州 350118)

**摘要:** 针对设备故障预测模型难以精确建立的特点, 为提高故障间隔时间预测的精确度, 提出了变周期三角函数-灰色模型 GM(1,1) 的预测方法。该方法在三角函数-灰色模型 GM(1,1) 基础上, 建立了变周期三角函数-灰色 GM(1,1) 的组合模型, 实现了对设备故障间隔时间的预测; 并将预测结果与三角函数-灰色模型 GM(1,1) 进行对比, 结果表明, 采用变周期三角函数-灰色模型 GM(1,1) 对故障间隔时间进行预测, 其预测结果的相对误差由 24.16% 降到 3.24%, 提高了预测结果的精度。

**关键词:** 灰色模型 GM(1,1); 变周期三角函数-灰色模型 GM(1,1); 故障间隔时间; 预测

**中图分类号:** N945.1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-4348(2018)01-0050-05

## Prediction of interval time between failures based on improved GM (1,1)

CHEN Zhaofang, WANG Chien-Hua

(School of Management, Fujian University of Technology, Fujian, Fuzhou, 350118)

**Abstract:** It is difficult to accurately establish the model of equipment failure prediction, so the trigonometric function with variable periods—GM(1,1) was proposed as a method to improve the accuracy of failure interval time prediction. Based on the trigonometric function—GM(1,1), a combined model of trigonometric function with variable periods—GM(1,1) was set up to predict the interval time between equipment failures. The prediction results were compared with trigonometric function—GM(1,1), and results show that by using the new model to predict the time between failures, the relative error of prediction results decreased from 24.16% to 3.24%. Therefore, the new model has greatly improved the prediction accuracy.

**Keywords:** grey model (GM) (1,1); trigonometric function with variable periods—GM(1,1); intervals between failures; prediction

在长期运行过程中电梯会逐渐老化,直至发生故障,为确保电梯设备的正常运行,预防性维修显得尤为重要。现有的预防性维修主要是基于时间的预防性维修,定期对未失效的系统进行维护维修,以减少系统在使用过程中出现故障的可能性,降低由系统失效造成的损失。

灰色 GM(1,1) 模型<sup>[1-3]</sup>是解决不确定系统问题的有力工具之一,在灰色预测模型中,灰色

GM(1,1) 模型由于具有模型简单,预测精确度较高等优点,被广泛应用于各类模型的预测中。但该模型对呈现随机波动的原始数据的预测效果不理想。为提高模型在该类型数据的预测效果,很多学者对 GM(1,1) 模型进行改进,邵延君等<sup>[4-5]</sup>分别采用基于新陈代谢组合模型和灰色线性回归组合模型对装备故障进行预测,马春茂等<sup>[6]</sup>采用基于灰色马尔可夫模型对装备故障间隔期进行预

收稿日期: 2017-10-11

基金项目: 福建工程学院科研启动基金资助(GY-Z17131)

第一作者简介: 陈兆芳(1984-),女,福建龙海人,讲师,博士研究生,研究方向:可靠性分析,维修决策、灰色理论等。

测研究。Chen T<sup>[7]</sup>建立了马尔科夫灰色三角预测模型 TGM(1,1),并以福建省的集装箱数量为例子,验证了该模型的有效性和实用性;宁立泓<sup>[8]</sup>将三角函数-灰色 GM(1,1)模型用于桥梁施工的监控;LI 和 ZHOU<sup>[9-10]</sup>采用三角函数-灰色 GM(1,1)模型对数据序列进行预测,但由于该方法采用固定的周期值,根据灰色新息理论,数据序列的不断更新,积累到一定程度时周期可能会发生突变,采用固定的周期值显然不合理。因此,本文采用粒子群算法实时计算数据序列的周期,提出变周期三角函数-灰色 GM(1,1)模型故障间隔预测算法。

## 1 灰色 GM(1,1) 模型

灰色 GM(1,1)模型相关定义如下:

定义 1<sup>[1]</sup>

设  $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$

为非负序列,称  $X^{(1)}$  为  $X^{(0)}$  的一阶累加生成序列,其中,

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)),$$

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n;$$

称  $Z^{(1)}$  为  $X^{(1)}$  的紧邻均值生成序列,其中,

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)),$$

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)),$$

$$k = 2, 3, \dots, n。$$

定义 2<sup>[1]</sup> 一阶线性微分方程  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} =$

$w$  为灰色 GM(1,1)模型的基本形式。 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = w$  为灰色 GM(1,1)模型的白化方程。

利用最小二乘方法求得参数列  $\hat{r} = [a, w]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$ ,其中,  $Y$ 、 $B$  的定义如下:

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

定义 2 微分方程  $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = w$  中的  $z^{(1)}(k)$  称为灰色 GM(1,1)模型背景值。

定理 1<sup>[1]</sup> 设数据序列  $X^{(0)}$  为非负序列,  $\hat{r} = [a, w]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$ ,如定义 1 所述,则一阶线性微分方程  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = w$  的解也称时间响应函数为

$$x^{(1)}(t) = \left( x^{(1)}(1) - \frac{w}{a} \right) e^{-at} + \frac{w}{a} \quad (2)$$

其时间响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(k) = \left( x^{(0)}(1) - \frac{w}{a} \right) e^{-a(k-1)} + \frac{w}{a}, \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

还原值  $\hat{x}^{(0)}(k)$  由式(4)求得。

$$\hat{x}^{(0)}(k) = (1 - e^a) \left( x^{(0)}(1) - \frac{w}{a} \right) e^{-a(k-1)}, \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad (4)$$

其中,  $-a$  为灰色 GM(1,1)模型的发展系数;  $w$  为模型的灰色作用量。

## 2 基于三角函数的灰色 GM(1,1) 模型

由于灰色 GM(1,1)模型构建的是指数递增或指数递减序列,为提高该模型在周期性数据的预测精度,可通过三角函数对原始数据与预测数据之间的残差序列建立修正模型,从而补偿灰色 GM(1,1)模型最初的预测值。

定义 3 假设通过灰色 GM(1,1)模型得到的拟合值为

$\hat{X}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(n))$ ,则可得到残差序列为

$$R^{(0)} = \{r^{(0)}(2), r^{(0)}(3), \dots, r^{(0)}(n)\}$$

其中,  $r^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$ 。

定义 4<sup>[10]</sup> 通过三角函数对残差序列进行建模,函数如下:

$$\hat{r}^{(0)}(k+1) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 k + \hat{\alpha}_2 \sin\left(\frac{2\pi}{T}k\right) + \hat{\alpha}_3 \cos\left(\frac{2\pi}{T}k\right) + \varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

其中,  $\varepsilon_k$  是随机变量;  $T$  为主循环变化的周期参数。

式(5)中的  $T$  是根据数据序列得出的循环周期。随着收集数据的不断增加,根据新的数据序列得出的  $\hat{T}$  与先前得出的  $T$  是有差别的,因此式(5)中的  $T$  应当随着数据列不断更新。

### 3 基于变周期三角函数与灰色 GM(1,1) 模型预测算法

本文采用粒子群算法计算数据列的实时周期,提出变周期的三角函数,并与灰色 GM(1,1) 模型相结合,对故障间隔时间进行预测。

**定义 5** 利用粒子群算法获得的周期序列  $T = (t_2, t_3, \dots, t_n)$ , 则利用变周期三角函数对残差序列进行建模, 函数如下:

$$\hat{r}_{\text{new}}(0)(k+1) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 k + \hat{\alpha}_2 \sin\left(\frac{2\pi}{t_k} k\right) + \hat{\alpha}_3 \cos\left(\frac{2\pi}{t_k} k\right), k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (6)$$

其中,  $t_k$  为  $k$  时刻的周期参数。

显然, 可通过最小二乘估计方法计算式(6)。

**定义 6** 利用最小二乘方法求参数列  $[\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]^T = (B_{\text{tri}}^T B_{\text{tri}})^{-1} B_{\text{tri}}^T Y_{\text{tri}}$ , 其中,  $Y_{\text{tri}}$ 、 $B_{\text{tri}}$  的定义如下:

$$Y_{\text{tri}} = \begin{bmatrix} r^{(0)}(2) \\ r^{(0)}(3) \\ \vdots \\ r^{(0)}(n) \end{bmatrix},$$

$$B_{\text{tri}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \sin \frac{2\pi}{t_2} & \cos \frac{2\pi}{t_2} \\ 1 & 2 & \sin \frac{2\pi}{t_3} & \cos \frac{2\pi}{t_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n-1 & \sin \frac{2\pi}{t_n} & \cos \frac{2\pi}{t_n} \end{bmatrix} \quad (7)$$

#### 3.1 粒子群算法描述

假设在一个  $D$  维的搜索空间内, 粒子数为  $n$ 。算法通过迭代寻找最优解, 第  $i$  个粒子位置表示为向量  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ ; 第  $i$  个粒子飞行历史中的过去最优位置为  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ , 整个种群过去最优位置  $P_g$  为所有  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) 中的最优, 在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个极值来更新自己, 经过有限次迭代后最终收敛于全局的最好位置。粒子根据如下的公式来更新自己的速度和位置:

$$v_{id}(t+1) = w \cdot v_{id}(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_{id}(t) - x_{id}(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (p_{gd}(t) - x_{id}(t)) \quad (8)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \quad (9)$$

其中,  $c_1$  和  $c_2$  为学习因子, 取  $c_1 = 2$ ,  $c_2 = 2$ ,  $r_1$  和  $r_2$  是介于  $[0, 1]$  之间的随机数;  $w$  为惯性权重, 可以调节算法的全局和局部寻优能力。

#### 3.2 算法整体设计

根据以上所述, 基于变周期三角函数的灰色 GM(1,1) 模型预测算法建模及求解如图 1 所示:

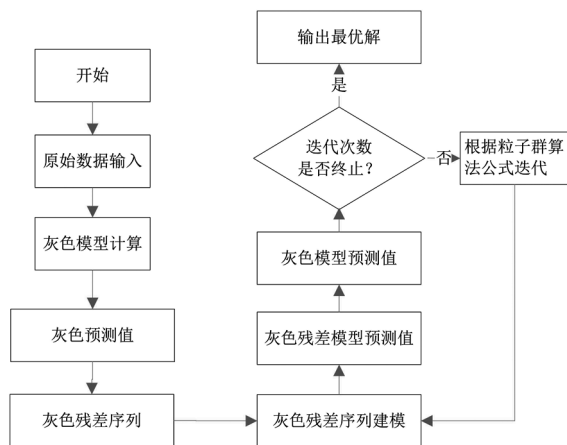


图 1 算法流程图

Fig.1 Flow chart of the algorithm

模型步骤具体描述如下:

1) 给定初始周期向量  $T_0$ , 设定算法的迭代次数  $N$ , 取定  $T = T_0$ ;

2) 利用灰色 GM(1,1) 模型预测原始数据, 得到预测值与原始值间的残差序列;

3) 根据周期向量  $T_0$ , 利用公式(5)对残差序列建模, 得到基于三角函数与灰色 GM(1,1) 模型的预测数列。

4) 若迭代次数  $> N$ , 则进入步骤 5); 否则, 以(6)式为适应度函数, 利用 PSO 算法求解残差模型中的周期参数  $\hat{T} = (\hat{t}_2, \hat{t}_3, \dots, \hat{t}_n)$ ,  $N = N + 1$ ,  $T = \hat{T}$ , 返回步骤 3);

5) 根据最终得到的周期  $T$ , 利用公式(6), 输出模型的最终预测值。

### 4 算例分析

实验采用某小区电梯运行的故障间隔数据, 型号为 KS-3 的门锁故障时间为:  $\{886, 1490, 2278, 3090, 3604, 4228, \}$   $\{4990, 5350, 5930, 6410, 7010\}$ ,

(单位:h), 以故障间隔期的频数为横轴, 以其发生的间隔期为纵轴, 利用故障间隔期的数据依次做差, 计算出故障频数与间隔时间, 见表 1。

表 1 故障间隔时间与频数  
Tab.1 Interval time and frequency of failures

频数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
时间/h	604	788	812	514	624	762	360	580	480	600

$t_1$  周期可以直接计算得出,见表 2,首先给出初始向量  $T_0 = (t_2, t_3, \cdots, t_n) = (1, 1, \cdots, 1)$ , 设置迭代次数  $N = 100$ ,以公式(6)为适应度函数,根据算法步骤最终获得的周期数列为  $T = (t_2, t_3, \cdots, t_n)$ 。从表中可知,第 9 个间隔期周期最大为 6,而第 7 个间隔期的周期最小,仅为 2。

表 2 故障间隔周期  
Tab.2 Interval periods of failures

频数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
周期	3	4	5	3	5	3	2	3	6	3

表 3 基于变周期三角函数的 GM(1,1) 模型拟合结果  
Tab.3 Fitting results of GM (1, 1) based on the trigonometric function with variable periods

频数	原始值	预测值			相对误差/ %	
		三角函数 GM(1,1)模型	本文模型	残差	三角函数 GM(1,1)模型	本文模型
1	604	604.00	604.00	0.00	0.00	0.00
2	788	830.29	750.46	37.54	5.37	4.76
3	812	674.40	860.99	48.99	16.89	6.03
4	514	588.54	511.58	13.42	14.50	2.61
5	624	664.67	634.08	10.08	6.52	1.62
6	762	679.04	732.06	29.94	10.89	3.93
7	360	537.84	379.59	19.59	49.40	5.44
8	580	464.78	571.23	8.77	19.86	1.51
		平均相对误差			15.43	3.24

根据表 3,对之后的两次故障时间间隔进行预测,预测的周期取值设定为前面 8 个周期的平均值,  $T$  预测结果见表 4 与图 3,三角函数 GM(1, 1) 模型在第 9 个故障间隔时间的预测结果误差较大,整体平均相对误差为 24.16%。而本文预测模型对应的平均相对误差为 3.24%,比三角函数

将表 2 中的周期数列代入式(6),可得到故障间隔时间的拟合值,见表 3。本文预测模型得到的平均相对误差为 3.24%,将变周期三角函数与文献[10]三角函数的 GM(1,1) 模型预测结果进行比较,变周期三角函数模型的 GM(1,1) 精度明显优于文献[10]模型,见表 3。

为直观分析表 3 中两种算法的预测结果,采用图形的方式进行描述,见图 2。图 2 中,三角函数的 GM(1,1) 模型预测算法的拟合值与原始值的偏移值较大,拟合效果不如变周期三角函数 GM(1,1) 模型预测算法。

的 GM(1,1) 模型低 20.92 个百分点。  
变周期三角函数的 GM(1,1) 模型第 9 个与第 10 个故障时间间隔预测值与原始数据的比较结果见图 3。第 9 个故障时间间隔预测偏差极小,第 10 个故障间隔时间的预测值与原始值的偏移量也在理想范围。整体预测效果理想。

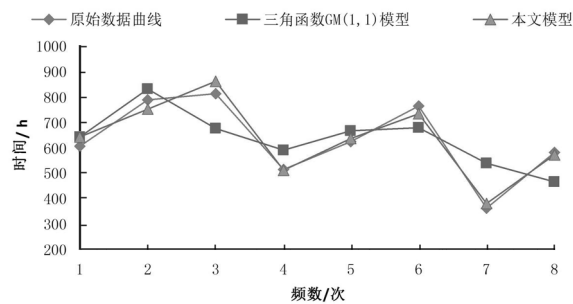


图 2 故障间隔时间拟合值  
Fig.2 Fitting values of failure interval time

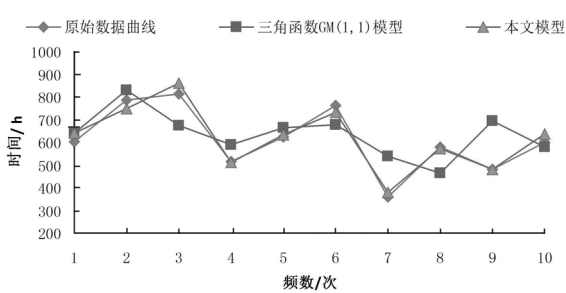


图 3 故障间隔时间预测图  
Fig.3 Prediction graph of failure interval time

表 4 基于变周期三角函数的 GM(1,1) 模型预测结果

Tab.4 Prediction results of GM(1,1) based on the trigonometric function

频数	原始值	预测值		相对误差/ %	
		三角函数的 GM(1,1)模型	本文模型	三角函数的 GM(1,1)模型	本文模型
9	480	695.67	480.96	44.93	0.2
10	600	579.63	637.79	3.39	6.29
平均相对误差				24.16	3.24

5 结论

为提高灰色 GM(1,1) 模型在故障间隔数据序列的预测精度,本文利用灰色 GM(1,1) 模型预测原始数据列,获得灰色模型预测值与原始数据的残差序列;根据数据序列的傅里叶变换求解原理,利用三角函数对残差序列进行修正,并在修正

前利用粒子群算法获得残差序列各数据点对应的周期序列,提出基于变周期三角函数的灰色 GM(1,1) 预测模型。采用故障时间间隔对本文预测算法进行验证,并与固定周期的三角函数灰色预测 GM(1,1) 模型相比较,算例结果显示,本文预测模型具有更低的平均相对误差,预测效果明显提高。

参考文献:

[1] 邓聚龙.灰理论基础[M].武汉:华中科技大学出版社,2002.

[2] 刘思峰,党耀国,方志耕.灰色系统理论及其应用[M].3 版.北京:科学出版社,2004.

[3] 邓聚龙.灰预测与灰决策[M].武汉:华中科技大学出版社,2002.

[4] 邵延君,潘宏侠,马春茂,等.基于新陈代谢组合模型的装备故障预测[J].振动、测试与诊断,2015,35(2):359-362.

[5] 邵延君,潘宏侠,马春茂,等.基于灰色线性回归组合模型的故障率预测[J].振动、测试与诊断,2014,34(4):664-667.

[6] 马春茂,邵延君,潘宏侠,等.基于灰色马尔可夫模型的装备故障间隔期预测研究[J].兵工学报,2013,34(9):1193-1196.

[7] CHEN T, ZHAO S J. Improved trigonometric grey prediction and application[J]. Advanced Materials Research, 2014, 912-914: 1276-1278.

[8] 宁立泓.基于改进灰色 GM(1,1) 模型的桥梁施工监控方法[J].建筑建材装饰,2016(13):233-237.

[9] LI Junliang, LIAO Runquan. Generalized accumulated GM (1,1) cosine model and its application[J]. Grey Systems Theory & Application, 2011, 2(2): 242 - 245.

[10] ZHOU P, ANG B W, POH K L. A trigonometric grey prediction approach to forecasting electricity demand[J]. Energy, 2006, 31(14): 2839-2847.

(责任编辑:陈雯)