doi:10.3969/j.issn.1672-4348.2017.04.008

# 具有时滞补偿的网络拥塞控制的研究

### 曾凌静,陈常晖,郑志娴

(福建船政交通职业学院信息工程系,福建福州350007)

摘要:经过线性化处理的 TCP/AQM 拥塞控制模型是一个输入带有时滞的源端链路端组合系统。首 先修改了带有延迟的网络拥塞控制模型;计算其平衡状态并进行线性化,采用积分变换算法进行延迟 变换为无时滞的线性模型,并建立相应的状态空间模型。在模型矩阵参数抖动但有界限的条件下,应 用变结构控制算法设计控制器,基于李雅普诺夫稳定性理论和线性矩阵不等式方法给出了该控制器 控制的系统可到达和渐进稳定的可行条件,同时根据该条件设计网络链路端主动队列管理算法。最 后,仿真结果表明了该算法的有效性。

关键词:时滞;补偿;变结构;网络拥塞

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1672-4348(2017)04-0343-06

### Research into network congestion control with time delay compensation

Zeng Lingjing, Chen Changhui, Zheng Zhixian

(Information Engineering Department, Fujian Chuanzheng Communications College, Fuzhou 350007, China)

Abstract: The linearization model of transmission control protocol(TCP)/active queue management (AQM) dynamical model is a source end and linking end (nonlinear) input complex system with time delay. Firstly a network congestion control model with delay was modified, the equilibrium of which was calculated and linearized. The model was transformed into a linear model without time delay via an integral sliding mode control(ISMC) technology (integral transformation algorithm). A corresponding spatial model was constructed. A controller was designed by variant structure algorithm under the condition of the mismatched but bounded perturbation of model matrix parameters. Based on the Lyapunov theory and linear matrix inequality (LMI) method, feasible conditions to ensure that the sliding surface (the system) can be reachable with asymptotic stability was presented. The active queue management arithmetic was devised by the feasible solution, the effectiveness of which was validated by the MATLAB simulation result.

Keywords: time-delay; compensation; variable structure; network congestion

随着新兴的分布式计算、虚拟机迁移及互联 网在线业务中的迅猛发展,影响高速网络传输性 能的主要参数如链路带宽、往返延迟、用户 TCP 传输连接数量的不确定变化不断加剧,流量也日 益急剧增长<sup>[1-3]</sup>。为了得到一个稳定、快速响应、 高吞吐量的高速通信网络,有学者<sup>[4]</sup>将抗干扰 强,对源端、链路端控制变量参数等变化不灵敏的 滑动模型控制算法应用于链路端的主动管理队列 算法。文献[5]针对一个不复杂的非时滞系统应 用了滑模控制算法,取得了良好的稳定性。但网 络拥塞控制系统是一个复杂的、输入带有时间滞 后的费线性网络拥塞控制系统,特别在大型城域

收稿日期: 2017-06-11

通讯作者:曾凌静(1983-),女,福建福州人,讲师,硕士,研究方向: Android 应用开发、网络拥塞控制。

(5)

网和互联网上延时就更是会影响用户体验感。文 献[6]考虑了延迟情况,变结构算法控制上带有 根据历史经验预估可能的延迟,并提前采取一定 的措施,但都是在参数变化满足一定线性比例匹 配的条件下设计鲁棒变结构控制器。可是,不确 定性网络端、源端控制变量和系统参数尤其是不 确定往还时延引起的扰动,往往无法满足线性匹 配条件,没有一定的变化规律。此时上述文献所 设计的主动队列管理算法将达不到预期的效果。 因此,有必要考虑在系统参数矩阵不满足一定的 变化规律(不匹配)但满足小于范数界的情况下, 对来鲁棒变结构主动队列管理算法进行设计,使 得系统能够抗干扰,快速收敛到平衡状态。

### 1 TCP/AQM 源端、链路端动态模型

## 常用源端发送窗口和链路端队列长度模型 及修改

实际的网络系统是非常复杂的,不同的 TCP 传输连接有着不同状态参数。文献[3-5]基于 流体连续(fluid flow)理论,假设 TCP 源端发送窗 口大小不受限及不考虑慢启动和超时重传等运行 阶段,并假设 TCP 传输连接主要处于拥塞避免阶 段情况下,经过层层简化,建立了主动队列管理算 法作用下 TCP 传输连接的发送窗口变化的动态 拥塞网络系统模型。发送窗口的变化和链路端队 列长度、分组丢失概率的动态变化特性可用下面 的一组非线性微分方程来描述:

$$\dot{W}(t) = f_1(W, p, q, t) = \frac{W(t - \tau)}{(d + q(t - \tau)/C)} \times (1 - p(t - \tau)) \frac{1}{W(t)} - \frac{W(t) W(t - \tau) p(t - \tau)}{2(d + q(t - \tau)/C)} \dot{q}(t) = f_2(W, p, q, t) = \frac{NW(t)}{tp + q(t)/C} - C$$
(1)

其中: W(t) 为 t 时刻 TCP 源端发送窗口的大小 (packet),  $\dot{W}(t)$  为 W(t) 导数; q(t) 为 t 时刻路由 器队列长度(packet);  $\dot{q}(t)$  为 q(t)导数; R(t),  $\tau$ 均为返往时间(s);  $R(t) = \tau = q(t) / C + d(s)$ ; C为链路容量 (packet/s); d 为传播延迟(s), N 为 TCP 连接的数量; p(t): 分链路端主动队列管理算 法控制的分组丢弃概率。

取  $1-p(t-\tau) \approx 1$ , 用 R(t) 替换  $\tau$ , 式(1) 进一步 简化为:

$$\dot{W}(t) = \frac{1}{R(t)} - \frac{W(t) W(t - R(t)) p(t - R(t))}{2R(t - R(t))}$$
$$\dot{q}(t) = \frac{NW(t)}{R(t)} - C_1 = \frac{NW(t)}{tp + q(t)/C} - C_1$$
(2)

### 1.2 线性化

当系统处于平衡状态时其导数为0,故可得:  $f_1(W,p,q,t) = 0, f_2(W,p,q,t) = 0$  (3) 由(3)式,可计算出网络系统平衡状态( $W_0$ ,

 $p_0, q_0, R_0$ )为:

$$W_0 = R_0 C/N, p_0 = 1/(1 + W_0^2/2)$$
  

$$R_0 = q_0/C + TP$$
(4)

其中 $R_0, \tau_0$ 均表示系统为平衡状态的分组返 往时间。

$$\begin{split} \delta p(t) &= p(t) - p_0; \delta q(t) = q(t) - q_0; \\ \delta \dot{q}(t) &= \dot{q}(t); \ \delta W(t) = W(t) - W_0; \end{split}$$

$$\delta \dot{W}(t) = \dot{W}(t)$$

在 TCP/AQM 系统平衡状态进行线性化处理,求偏导将非线性化模型转换为控制带有延时的比例线性化模型:

$$\delta q(t) = a_1 \delta q(t) + a_2 \delta W(t)$$
(6)

$$\begin{split} \delta W(t) &= a_3 \delta W(t) + a_4 \delta W(t-\tau_0) + b_1 \delta p(t-\tau_0) \\ \ddagger \psi : \end{split}$$

$$\begin{aligned} a_{1} &= \frac{\partial f_{2}(W,q)}{\partial q(t)} \Big|_{(W_{0},p_{0},R_{0})} = -\frac{1}{R_{0}} \\ a_{2} &= \frac{\partial f_{2}(W,p,q,t)}{\partial W(t)} \Big|_{(W_{0},p_{0},R_{0})} = \frac{N}{R_{0}} \\ a_{3} &= \frac{\partial f_{1}(W,p)}{\partial W(t)} = -\frac{W(t-\tau)}{R(t-\tau)} (1-p(t-\tau)) \frac{1}{W^{2}(t)} - \frac{W(t-\tau)p(t-\tau)}{2R(t-\tau)} \Big|_{(W_{0},p_{0},R_{0})} = \frac{-2NC}{(2N^{2}+R_{0}^{2}C^{2})} \\ a_{4} &= \frac{\partial f_{1}(W,p)}{\partial W(t-\tau)} = \frac{(1-p(t-\tau))}{W(t)R(t-\tau)} - \frac{W(t)p(t-\tau)}{2R(t-\tau)} \Big|_{(W_{0},p_{0},R_{0})} = 0 \\ b_{1} &= \frac{\partial f_{1}(W,p)}{\partial p(t-\tau)} = -\frac{W(t-\tau)}{R(t-\tau)} \frac{1}{W(t)} - \frac{W(t-\tau)W(t)}{2R(t-\tau)} \Big|_{(W_{0},p_{0},R_{0})} = \frac{-2N^{2}-R_{0}^{2}C^{2}}{2R_{0}N^{2}} = -\left(\frac{1}{R_{0}} + \frac{R_{0}C^{2}}{2N^{2}}\right) \end{aligned}$$
(7)  

$$\dot{\mathcal{W}}: y_{1} = \delta q(t), y_{2} = \delta W(t), u(t) = \delta p(t)$$

(8)

则有: 
$$\dot{y}(t) = Ay(t) + B_1u(t - \tau_0)$$
  
其中:  $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ 

可以假定上述源端、链路端网络动态模型的开始 运行时的状态为:

 $y(t) = \varphi(t), u(t) = \varphi(t), t \in [-\tau_0, 0]$ 。 从而得到上述状态矩阵 *A* 的特征向量值为:

$$x_1 = a_1, x_2 = a_3$$
 (9)  
从(7)、(9)可知,不管上述源端和链路端的控制  
变量和状态参数系统取值如何,其所对应的根等  
特征值总是负数,从而保证系统运行轨迹总是会  
趋于稳定,因此网络系统将总是会收敛到平衡  
状态。

### 1.3 根据历史数据预测和控制策略

由(8)可计算发送窗口变化规律:

$$\mathbf{y}(t + \tau_0) = \mathbf{e}^{A\tau_0} \mathbf{y}(t) + \int_{t}^{t+\tau_0} \mathbf{e}^{A(t+\tau_0-x)} \mathbf{B}_1 u(x - \tau_0) dx$$
(10)

其中: 
$$\mathbf{e}^{A\tau} = \begin{pmatrix} e^{x_1\tau} & -\frac{a_2}{a_3 - a_1} (e^{x_1\tau} - e^{x_2\tau}) \\ 0 & e^{x_2\tau} \end{pmatrix}$$

将上述方程进行置换得:  $-\theta = (t + \tau_0) - x \bar{q}$ :  $\mathbf{y}(t + \tau_0) = \mathbf{e}^{A\tau_0} \mathbf{y}(t) + \int_{-\tau_0}^{0} \mathbf{e}^{-A\theta} \mathbf{B}_1 u(t + \theta) dx =$   $\mathbf{e}^{A\tau_0} (\mathbf{y}(t) + \int_{-\tau_0}^{0} \mathbf{e}^{-A(\theta + \tau_0)} \mathbf{B}_1 u(t + \theta) d\theta)$ 假设<sup>[6]</sup>:  $z(t) = \mathbf{y}(t) + \int_{-\tau_0}^{0} \mathbf{e}^{-A(\theta + \tau_0)} \mathbf{B}_1 u(t + \theta) d\theta$ (11)

$$\int_{-\tau_0}^{0} \mathbf{e}^{-A(\theta+\tau)} \boldsymbol{B}_1 u(t+\theta) d\theta =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{a_2 b_1}{a_3 - a_1} \int_{-\tau_0}^{0} (\mathbf{e}^{-x_1(\theta+\tau)} - \mathbf{e}^{-x_2(\theta+\tau)}) u(t+\theta) d\theta \\ \int_{-\tau_0}^{0} b_1 \mathbf{e}^{-x_2(\theta+\tau)} u(t+\theta) d\theta \end{bmatrix}$$

对(11)求导得:

 $\dot{z}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{y}(t) + \int_{-\tau_0}^{0} \mathbf{e}^{-A(\theta+\tau)} \mathbf{B}_1 u(t+\theta) d\theta) + e^{-A\tau_0} \mathbf{B}_1 u(t)$  $\dot{z}(t) = \mathbf{A} z(t) + \mathbf{B} u(t)$ (12)  $\ddagger \mathbf{\Phi}:$ 

$$\boldsymbol{B} = \mathbf{e}^{-A\tau_0} \boldsymbol{B}_1 = \begin{pmatrix} -\frac{a_2 b_1}{a_3 - a_1} (\mathbf{e}^{-x_1\tau_0} - \mathbf{e}^{-x_2\tau_0}) \\ b_1 \mathbf{e}^{-x_2\tau_0} \end{pmatrix}$$

(
関设: 
$$\alpha = -\frac{a_2 b_1}{a_3 - a_1} (e^{-x_1 \tau_0} - e^{-x_2 \tau_0})$$
  
 $\beta = b_1 e^{-x_2 \tau_0} \neq 0$  (13)

定义  $\tilde{\boldsymbol{B}} = [1,0]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$  的核空间。

假设源端传输连接和链路端队列管理算法的 不确定参数有 TCP 传输流连接数 *N*,链路端链路 传输带宽容量 *C*,分组从发送到收到确定的返往 时间 RTT 范围设置如下:

$$\begin{split} 0 &\leqslant N_{\min} \leqslant N \leqslant N_{\max} \\ 0 &\leqslant C_{\min} \leqslant C \leqslant C_{\max} \\ \mathrm{d} &\leqslant \tau_{\min} \leqslant \tau, \tau_0 \leqslant \tau_{\max} \leqslant q_{\max} + tp \end{split}$$

而影响 z(t),将其干扰归为到  $\Delta A$ 。

由(7)、(13)、(14)可知因为参数扰动使得 方程(12)应写为:

$$\dot{z}(t) = (\boldsymbol{A} + \Delta \boldsymbol{A})z(t) + (\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B})u(t)$$
(15)

假设上述满足以下条件:

1)矩阵(A, B)具有稳定的特征值,  $z, B \in \mathbb{R}^{2\times 1}, A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ 

2)链路中队列长度是可获得的,发送窗口可 由链路中到达包数量计算,所以状态 z(t)能够 获得。

$$\Delta \mathbf{A}(t) = 2, \mathbf{B} = \Delta \mathbf{B} = 1 \tag{16}$$

式(16)说明状态系统参数矩阵 A 的扰动不满足 匹配条件,输入参数矩阵 B 扰动满足匹配条件。

 $\|\Delta \mathbf{A}(t)\| \leq \rho_a, \mathbf{B} = \Delta \mathbf{B} \rho_b, \|\rho_b\| \leq 1_{\circ}$ 

# 2 主动队列滑模算法控制器设计和 稳定性证明

### 2.1 积分变结构算法控制器设计

本算法的核心思想是根据延迟时间,估计现 在的控制策略产生的影响求积分,作为当前时刻 的状态,进行控制器设计,从而使得控制策略更有 效,从而将不稳定因素进行提前控制。因此,为消 除因延迟可能产生的稳态误差,在变结构控制器 上添加一个历史数据的积分<sup>[7]</sup>,设计变结构控制 器算法: (17)

定义,

其中,

$$z_0 = \int_0^t \gamma C z(\theta) \, \mathrm{d}\theta, \gamma > 0,$$
  
$$C = (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} X^{-1} \boldsymbol{B})^{-1} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} X^{-1}$$
(18)

X 必须是各元素称,且是正定的。满足如下线性 矩阵不等式:

 $S = Cz + z_0$ 

$$\begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})\tilde{\boldsymbol{B}} & d_{0}\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} & * \\ & * & -d_{0}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \rho_{a}\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{B}} & \boldsymbol{0} & -d_{0}\boldsymbol{I} \end{pmatrix} < \boldsymbol{0}$$
(19)

\*表示元素块是对称的,d<sub>0</sub>表示正数。

**定理** 1 对给定的  $A, B, \rho_a, \rho_b$ , 若 LMI 式 (19) 能求出解  $(X, d_0)$ , 变结构控制器 (17) 在控制算法变化规律:

$$u(t) = -CAz(t) - \gamma Cz(t) - \frac{1}{1 - \rho_b} \times (\rho_a \parallel C \parallel \parallel z(t) \parallel + \rho_b \parallel C \parallel \parallel C(A + \gamma I)z(t) \parallel + \varepsilon (1 - \mathbf{e}^{-\parallel z(t) \parallel})) \operatorname{sign}(S(t))$$

$$(20)$$

作用下系统能够渐进稳定。

证明:首先边结构控制算法解的状态轨迹 方程:

当 $S = \dot{S} = 0, 有:$ 

$$\begin{split} \dot{S} &= C[(\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})z(t) + (\mathbf{B} + \Delta \mathbf{B})u(t)] + \dot{z}_0 = 0\\ \dot{S} &= C(\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})z(t) + C(\mathbf{B} + \mathbf{B}\rho_b)u(t) + \gamma Cz = 0\\ & \text{可求得具有相同效果的控制算法为:} \end{split}$$

 $u_{\rm eq}(t) = -(C\boldsymbol{B})^{-1} [C(\boldsymbol{A} + \Delta \boldsymbol{A})z(t) + \gamma Cz] - \rho_b u_{\rm eq}(t)$ (21)

将(21)代入(15)得到变结构状态轨迹 方程<sup>[9]</sup>:

$$\dot{z}(t) = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})z(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{B}\rho_{b}u(t)$$
$$\dot{z}(t) = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})z(t) + \mathbf{B}[-(C\mathbf{B})^{-1}[C(\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})z(t) + \gamma Cz]]$$

计算得:

$$\dot{z}(t) = Dz(t)$$

$$D = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) - \mathbf{B} (C\mathbf{B})^{-1}C(\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) - \gamma \mathbf{B} (C\mathbf{B})^{-1}C$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} = \mathbf{A} + \mathbf{A} + \mathbf{A} \mathbf{A} + \mathbf{A} + \mathbf{A} \mathbf{A} + \mathbf{A}$$

定义变换算法矩阵公式:

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} (\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} X \tilde{\boldsymbol{B}})^{-1} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \\ (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} X^{-1} \boldsymbol{B})^{-1} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} X^{-1} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\mathcal{H}} M^{-1} = \begin{bmatrix} X \tilde{\boldsymbol{B}} & \boldsymbol{B} \end{pmatrix}$$

:  

$$v = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = Mz$$
则有 $\dot{v} = \mathrm{MDM}^{-1}v(t)$ 
(23)

$$MDM^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & -\gamma \end{pmatrix}$$
(24)

$$A_{11} = \left[ \left( \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X} \tilde{\boldsymbol{B}} \right)^{-1} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \right] \left( \boldsymbol{A} + \Delta \boldsymbol{A} \right) \left[ \boldsymbol{X} \tilde{\boldsymbol{B}} \right] \quad (25)$$

$$A_{12} = \left[ \left( \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}^{-1} \tilde{\boldsymbol{B}} \right)^{-1} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \right] \left( \boldsymbol{A} + \Delta \boldsymbol{A} \right) \left[ \boldsymbol{B} \right]$$

$$A_{21} = -\gamma C \boldsymbol{X} \tilde{\boldsymbol{B}} = -\gamma \left( \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}^{-1} \boldsymbol{B} \right)^{-1} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}^{-1} \boldsymbol{X} \tilde{\boldsymbol{B}} = 0$$

$$A_{22} = -\gamma C \boldsymbol{B} = -\gamma \left( \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}^{-1} \boldsymbol{B} \right)^{-1} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}^{-1} \boldsymbol{B} = -\gamma$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{f}_{1} : \dot{\boldsymbol{v}}_{1} = \boldsymbol{A}_{11} \boldsymbol{v}_{1} \quad (26)$$

渐进稳定,则滑动模(22)稳定。

由李雅普诺夫稳定性定理得,(26)稳定的充 分必要条件是存在正定矩阵 **P**,满足:

$$PA_{11} + A_{11} TP < 0$$
 (27)

其中 $P = \tilde{B}^{\mathrm{T}} X \tilde{B}_{\circ}$ 

将(25)代人(27)得<sup>[8]</sup>: 
$$\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A})X\tilde{\boldsymbol{B}} + \ast < 0$$
  
 $\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}X + X\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})\tilde{\boldsymbol{B}} + \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\Delta\boldsymbol{A}X + X\Delta\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})\tilde{\boldsymbol{B}} < 0$   
(28)  
对任音  $d > 0 \, \overline{\boldsymbol{a}}^{[10]}$ .

$$\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\Delta \boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}\Delta \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})\tilde{\boldsymbol{B}} = 2\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\Delta \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{B}} \leqslant \frac{1}{d_{0}}\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$$
$$\Delta \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Delta \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{B}} + d \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{B}} \leqslant \frac{1}{\tilde{\boldsymbol{B}}}\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{a}^{2}\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{B}} + d \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{B}}$$

$$\Delta \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{A} \boldsymbol{X} \tilde{\boldsymbol{B}} + d_{0} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{B}} \leqslant \frac{1}{d_{0}} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X} \rho_{a}^{2} \boldsymbol{X} \tilde{\boldsymbol{B}} + d_{0} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{B}}$$

$$(29)$$

将(29)代入(28)得:

$$\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{d}_{0})\tilde{\boldsymbol{B}} + \frac{1}{\boldsymbol{d}_{0}}\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\rho_{a}^{2}\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{B}} < 0$$

$$\underbrace{\text{Full Here}}_{\boldsymbol{X}} = 1 \quad \text{for all for all of the set of th$$

利用 Schur 补定理得:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{d}_{0})\tilde{\boldsymbol{B}} & \ast\\ \rho_{a}\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{B}} & -\boldsymbol{d}_{0}\boldsymbol{I} \end{pmatrix} < 0 \quad (30)$$

所以,满足线性矩阵不等式的(19)的可行解 可使系统(26)轨迹趋于平稳。,从变结构控制器 (25)(17)是能控制系统稳定的。

**定理** 2 式(16)所描述网络拥塞控制系统模型在变结构控制器式(20)控制下是稳定的。

证明:已知  $\|\Delta A(t)\| \leq \rho_a, \Delta B = B\rho_b, \|\rho_b\| < 1$ ,所以有:  $\|C\Delta B\| = \|(B^T X^{-1}B)^{-1}B^T X^{-1}B\rho_b\| = \rho_b < 1$ ,

设置 
$$L = \frac{1}{1 - \rho_b} (\rho_a \parallel C \parallel \parallel z(t) \parallel + \rho_b \parallel C(A + \rho_b))$$

$$\begin{split} \gamma I)z(t) &\| + \varepsilon (1 - \mathbf{e}^{-\|z(t)\|})) \\ & \oplus (15) (17) (20) 可得: \\ S^{\mathsf{T}}\dot{S} = S^{\mathsf{T}} (C\dot{z}(t) + \dot{z}_{0}) = S^{\mathsf{T}} (C((A + \Delta A)z(t) + (B + \Delta B)u(t)) + \dot{z}_{0}) = S^{\mathsf{T}} [C(A + \Delta A) + \gamma C]z + \\ S^{\mathsf{T}} (I + C\Delta B)u(t) = S^{\mathsf{T}} [C(A + \Delta A) + \gamma C]z + \\ S^{\mathsf{T}}u(t) + S^{\mathsf{T}} C\Delta Bu(t) = S^{\mathsf{T}} [C(A + \Delta A) + \gamma C]z + \\ S^{\mathsf{T}} [-CAz(t) - \gamma Cz - L \operatorname{sign}(S(t))] + S^{\mathsf{T}} C\Delta B [-CAz(t) - \gamma Cz - L \operatorname{sign}(S(t))] = S^{\mathsf{T}} \rho_{a} \|C\|z - \\ S^{\mathsf{T}} L \operatorname{sign}(S(t)) + S^{\mathsf{T}} \rho_{b} [-CAz(t) - \gamma Cz - L \operatorname{sign}(S(t))] = S^{\mathsf{T}} \rho_{a} \|C\|z - \\ S^{\mathsf{T}} L \operatorname{sign}(S(t)) + S^{\mathsf{T}} \rho_{b} [-CAz(t) - \gamma Cz - L \operatorname{sign}(S(t))] = CAz(t) - \gamma Cz - \\ L \operatorname{sign}(S(t))] &\leq -L \|S(t)\| + \|S(t)\| + \|S(t)\| [\rho_{a} \|C\| + \rho_{b} L] \leq \\ -(1 - \rho_{b})L \|S(t)\| + \|S(t)\| \|\rho_{a} \|C\| - \mathbf{e}^{-\|z(t)\|}) \\ \|S(t)\| &\leq 0 \end{split}$$

所以可在有限时间内到达滑动模。

**定理**3 式(8)所描述的网络拥塞控制系统 在变结构控制器(20)控制下是渐进稳定的。

证明:

由定理 2 知系统将在有限时间达到滑动模, 由定理 1 知当系统处于滑模运动时有  $\lim_{t \to \infty} (t) \rightarrow 0$ ,由控制律方程(20)和(21)知有  $\lim_{t \to \infty} u_{eq}(t) \rightarrow 0_{o}$ 

由(11)得:

 $\| \mathbf{y}(t) \| \leq \| z(t) \| + \tau \max_{0 \leq \theta \leq \tau} \| \mathbf{e}^{(A\theta)} \| \| \mathbf{B}_1 \|$  $\sup_{0 \leq \theta \leq \tau} | u(t + \theta) |$ 

其中, || || 、|| 为与向量相容的范数矩阵。所以 有  $\lim y(t) \rightarrow 0$ 。证毕。

# 3 仿真验证

网络拓扑结构采用哑铃型拓扑,假设有源端 N 个相同 TCP 流不停向链路端发送数据。

由 (13) 得到:  $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 49 & 623 \\ -412.47 \end{pmatrix}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{B}} =$ 

 $[-2, -153.13]^{T}$ 

TCP/AQM 模型参数选择: N = 100;  $R_0 = \tau_0 = 200$ (ms);  $C_0 = 4350$ (packets);  $q_0 = 280$ ; 不确定 参数波动范围:

60 < N ≤ 140, 3 950 ≤ C ≤ 4 850  
20 ≤ τ ≤ 600(ms) (30)  
经公式(6)计算得到:  

$$A = \begin{pmatrix} -4.12 & 283.333 \\ 0 & -0.53 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -412.57 \end{pmatrix}$$



### 图 1 链路端采用 RED 算法队列变化轨迹

Fig.1 The queue change trail at the chain end employing RED algorithm





Fig.2 The queue change trail of the slide controller when the matching conditions are satisfied

$$X = \begin{pmatrix} 10000 & 1000 \\ * & 0.008 & 7 \end{pmatrix}, d_0 = 0.002 & 5$$
  
$$\oplus (18) \oplus C = 10^{-4} \times [0.414, 0.29]$$

取范数界:  $\rho_a = 120$ ,  $\rho_b = 0.36$ , 控制器设计 参数:

 $\gamma = 1, \xi = 0.5, 代人(20) 得滑动模型控制器 设计算法。$ 

在相同的不确定参数扰动见公式(31)。链路端应用了 RED 队列管理算法,匹配条件下的变结构控制算法和在系统矩阵参数扰动不满足匹配条件下变结构控制算法进行仿真。仿真结果见图



图 3 匹配条件满足的滑模控制器链路端队列变化轨迹

Fig.3 The linking-end queue change trail of the slide controller when the matching conditions are satisfied 1、2、3。图 3 的结果表明链路端队列比采用其他 算法更加稳定。

### 4 结论

因为网络传输过程中存在的传播延时和排队 延时,网络拥塞控制策略在链路端控制到源端出 现控制效果有一定的延时。因此,根据当前的状 态设计的控制器不能很好保证网络的性能。为了 克服上述影响,本文根据网络传输过程中存在的 延迟时间,估计现在的控制策略产生的影响求积 分,并和当前状态叠加,作为设计控制策略的依 据,进行控制器设计,将不稳定因素进行提前控 制,从而使得控制策略更有效。仿真结果表明根 据该思想设计网络链路端主动队列管理算法,能 保证网络拥塞控制系统具有更好的稳定性。

### 参考文献:

- [1] 张伟.端到端拥塞控制的稳定性理论及在因特网的应用[D].武汉:华中师范大学,2008.
- [2] Hollot C V, Misra V. Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows[J].IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(6):945-959.
- [3] Johari R, kim D. End to end congestion control for the internet: Delay and stability [J].IEEE Trans on Networking, 2001,9 (6):818-831.
- [4] Chen Xiaolong, Meng X, Song X, et al. Coverage probability in cognitive radio networks powered by renewable energy with primary transmitter assisted protocol[J].Information Sciences, 2017(3):14-27.
- [5] Wei D X, Cheng J, Low S H. Fast TCP: Motivation, architecture, algorithms, performance [J]. IEEE Trans on Networking, 2006, 14(6): 1246-1259.
- [6] 赵甫哲.高速 TCP/IP 网络拥塞控制算法研究[D].武汉:华中科技大学,2009.

(责任编辑:肖锡湘)