

doi:10.3969/j.issn.1672-4348.2017.01.009

# 基于奇异值分解的电网潮流转移模式研究

邓慧琼, 王璜

(福建工程学院 信息科学与工程学院, 福建 福州 350118)

**摘要:** 针对电网潮流转移场景下支路传输功率和电网节点注入功率之间的关联作用关系,提出了一种分析节点注入功率模式的方法。根据支路传输功率和电网节点注入功率之间的关联作用关系矩阵,利用矩阵奇异值分解,将节点注入功率分解为各种模式;在此基础上,进一步分析节点注入功率的各种模式的表现形式并进行算例分析。算例分析初步表明,在节点注入功率模式的各种表现形式中,比较常见的是以部分奇异值为主导的作用模式,在实际分析和处理中,把握这样的主导模式,将有利于进一步的分析和预防潮流转移引起的不利后果。

**关键词:** 电力系统; 连锁跳闸; 连锁故障; 停电事故; 安全裕度

**中图分类号:** TM7                      **文献标志码:** A                      **文章编号:** 1672-4348(2017)01-0039-05

## Research on the mode of power flow transfer in power network based on singular value decomposition

Deng Huiqiong, Wang Huang

(College of Information Science and Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)

**Abstract:** To deal with the relationship between the transmission power of branches and the nodal injection power in power network in the scenario of power flow transfer, a method of analysing the mode of nodal injection power was proposed. Based on the correlation between branch transmission power and the nodal injection power, the singular value decomposition of the matrix was employed to decompose the nodal injection power into a variety of modes. The performance of the modes of nodal injection power was analysed and some numerical examples were examined. The analysis indicates that among the modes of the nodal injection power, the mode in which partial singular values take dominant roles is more common. In the process of actual analysis and management, it is helpful to master the dominant modes to prevent the adverse consequences of the power flow transfer.

**Keywords:** power system; cascade tripping; cascading failure; blackout; safety margin

近十几年来,电网的连锁跳闸问题受到了很多研究者的关注<sup>[1-2]</sup>。一些研究工作者从连锁故障产生的风险,连锁故障的发生机理,网络结构对连锁故障的影响,如何搜寻连锁故障的发展路径,以及如何防止连锁故障等多个角度对连锁故障问题给予了深入的研究,取得了许多值得借鉴的成

果<sup>[1-3]</sup>。对如今的电力网络来说,其互联的规模在不断地扩大,远距离输电规模变得更加复杂。由于电网互联的规模较大,因此当电网发生连锁跳闸故障时,它可能会导致一系列复杂的连锁反应,严重时可能会造成大面积的停电事故,这将给工业、农业、国防及人们的生活带来严重的影响。

收稿日期: 2016-12-29  
基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(2015J01630); 福建工程学院科研项目(GY-Z13104)  
通讯作者: 邓慧琼(1972-),男,山西天镇人,副教授,博士,研究方向:电网连锁故障分析。

针对国内、国外的几次大停电事件,许多研究人员对这些事件进行研究调查。研究表明系统发生故障切除后必然使之前的潮流分布发生了改变,而这潮流转移的发生很可能会引起连锁跳闸故障,最终使电力网络的安全运行受到严重影响。对于连锁跳闸行为,其发展过程可以简单地描述为<sup>[4-6]</sup>:当电力系统的某一条支路发生故障开断后,电力网络会发生潮流转移,原先由故障支路承担的传输功率转移到了其他的支路上,迫使其他相邻线路的电气量进入后备保护的動作区,从而导致这些线路也发生跳闸开断,形成新的潮流转移,周而复始,最终形成一系列更加复杂的连锁反应现象,导致电网发生大范围的停电甚至引起电网瘫痪。由此可知,电网的潮流转移及以此造成的连锁跳闸是形成大停电的根本原因之一。因此,对电网潮流转移的研究,对系统运行的有效控制,以及预防停电事故具有十分重要的意义。

针对潮流转移,以直流潮流分析法为基础,依据支路和电网节点之间的关联作用矩阵及其奇异值分解,提出一种基于奇异值分解分析节点注入功率作用模式的方法,并以 IEEE 14 节点和 IEEE39 节点系统进行进一步的分析,以期研究连锁跳闸场景下节点注入功率对连锁跳闸的作用提供一定的借鉴和思路。

## 1 基本描述

潮流重新分配的结果和电网的节点注入功率关系很大。对一个具体的初始故障,如果在潮流转移发生时电网的结构和参数不发生变化,电网的节点注入功率近似不变,则潮流转移后剩余系统各支路的功率主要决定于电网的结构和参数以及电网的节点注入功率。依据直流潮流法,经推导后,电网在潮流重新分布后剩余系统各支路的功率或电流与电网节点注入功率的关系可表示为<sup>[4-5]</sup>:

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}_p \mathbf{P}_n, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}$  为剩余系统各支路的功率或电流组成的向量, $\mathbf{P}_n$  为电网节点的注入功率组成的向量, $\mathbf{R}_p$  为  $\mathbf{x}$  与  $\mathbf{P}_n$  之间的关系矩阵,其中的元素主要由电网的结构和参数所决定。

相应于式(1),对任一支路  $L_i$  而言,其功率或电流在支路  $L_k$  开断后的展开形式为<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} \mathbf{P}_j, \quad (2)$$

式中, $r_{ij} \mathbf{P}_j (j=1,2,\dots,n)$  表示节点  $j$  对支路  $L_i$  的影响。

由式(1)和(2)可见,在初始故障发生后的潮流转移阶段,节点注入功率透过矩阵  $\mathbf{R}_p$  对支路起作用,如果仅仅是考察某一条支路受哪些节点支配以及对哪些节点的作用比较灵敏,利用式(1)和(2)可以直接观察到,但是利用式(1)和(2)却不便于考察多条支路受节点支配的规律。由于这一原因,本研究提出将  $\mathbf{R}_p$  矩阵进行奇异值分解,从而将节点注入功率和  $\mathbf{R}_p$  矩阵的作用分解成若干组合模式,进而给出分析潮流严重转移模式的方法。

根据直流潮流法的假设条件,式(1)的  $\mathbf{R}_p$  矩阵可表示为<sup>[4-5]</sup>:

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{S} \mathbf{B}_0 + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{I}_k \mathbf{S} \mathbf{B}_0, \quad (3)$$

式中, $\mathbf{S}$  为支路-节点关联矩阵;矩阵  $\mathbf{B}_0$  是由电网原  $N-1$  阶节点电纳矩阵的逆扩展而形成的, $N$  表示电网的节点总数; $\mathbf{I}_k$  表示的是  $l \times l$  阶单位矩阵的第  $k$  行, $l$  为电网发生初始故障前的支路总数; $\boldsymbol{\lambda}$  表示功率或电流的增量系数向量,其计算可参见文献[6]。

## 2 计算安全裕度的算法思路和流程

对于式(1)和(3)的关联矩阵  $\mathbf{R}_p$ ,将其进行奇异值分解,可表示为:

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{V} \sum \mathbf{U}^T, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{V}$ 、 $\mathbf{U}$  为正交矩阵。

由式(4)则可进一步得到初始故障发生后,电网各支路的功率和电流的基于奇异值分解的表达形式,以电网的支路电流向量  $\mathbf{I}$  为例,其表示形式为:

$$\mathbf{I} = \mathbf{V} \sum \mathbf{U}^T \mathbf{P}_n = \left[ \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{V}_i \mathbf{U}_i^T \right] \mathbf{P}_n, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{V}_i$  和  $\mathbf{U}_i$  分别表示矩阵  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{U}$  的第  $i$  列元素组成的向量。进一步,令:

$$\mathbf{P}_{n(i)} = \mathbf{V}_i \mathbf{U}_i^T \mathbf{P}_n, \quad (6)$$

此量可代表节点注入功率的某种组合变换方式。结合式(5)和(6)可见,支路  $L_k$  开断后,由其余支路的电流所组成的向量可以看成是由一系列的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  相加而成的,每一个  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  可看作一种功率组合模式,下面分几种情况对其作用的表现形

式进行讨论。

(1)当某一个奇异值  $\sigma_i$  很大且远大于其他奇异值的时候,即便  $\mathbf{P}_{n(i)}$  的每一个元素不大,但  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  的每一个元素仍将很大,而且,当  $\mathbf{P}_{n(i)}$  的某一元素有微小的增加时,  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  的对应元素将出现较大的变化,反映到电网的支路上即是某一支路的功率将会有较大的增加,可见,这样的  $\sigma_i$  及对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  在支路的功率组成中具有主导作用,可视作主导模式。同理,若存在某几个奇异值  $\sigma_i, \sigma_j \dots$  很大,且远大于其他奇异值时,这几个奇异值及其对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}, \sigma_j \mathbf{P}_{n(j)} \dots$  的组合可视作主导模式。

(2)对于数值较大的某一个奇异值,虽然其值并没有远大于其他奇异值,但  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  的数值较大,而且要比其他奇异值  $\sigma_j$  对应的  $\sigma_j \mathbf{P}_{n(j)}$  数值要大,那么此时的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  将成为主导模式。同理,若某几个奇异值及其对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}, \sigma_j \mathbf{P}_{n(j)} \dots$  组合的作用比其他的组合突出,则这样的组合可看作主导模式。

(3)尽管某些奇异值不是很大,但其对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  的数值较其他奇异值  $\sigma_j$  对应的  $\sigma_j \mathbf{P}_{n(j)}$  数值要大,那么此时的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  也是一种主导模式,同样,如果有若干类似于  $\sigma_i$  的奇异值,其对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}, \sigma_j \mathbf{P}_{n(j)} \dots$  组合的作用比其他的组合作用突出,则这样的组合模式也是主导作用模式。

(4)各个奇异值  $\sigma_i$  及其对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  都起到一定的作用,相互之间的差别不是很大,这种模式可视作一种均匀作用模式。

以上讨论的4种情形基本上包括了各种可能出现的情况,其中,大量的算例表明第4种情形出现的可能性比较小,因为电网的建设和运行受到资源、地域等诸多因素的限制,其不同元件的电气参数不可能不存在差别。对于第1种情形而言,由于其中的奇异值很大,很小的节点注入功率都可能引起支路连锁跳闸,所以这种情形对电网的运行是非常不利的。第2种情形和第3种情形相比,其奇异值更大,对节点功率的变化更为敏感。

通过以上的分析可见,利用奇异值分解,可以比较清晰地看到各种功率注入组合在潮流转移后对支路的影响作用,在进行控制处理时,可以按照奇异值的大小顺序依次评价其作用模式,并通过改变与  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  对应的节点注入功率来削减该种模式的影响作用,减弱潮流转移给电网带来的不利

影响,进而控制连锁跳闸。

### 3 算例分析

#### 3.1 IEEE-14 节点系统上的算例结果分析

先以 IEEE-14 系统为例进行分析。IEEE-14 系统的接线图,可参见文献[7]。计算中电网参数按标么值给出,基准容量设为 100 MVA,基准电压为 100 kV。

在分析时,将支路  $L_{3-2}$  (表示节点 3 与节点 2 之间的支路,下同)作为初始故障支路,然后给出计算结果,并进行分析。

支路  $L_{3-2}$  作为初始故障支路开断,相应关联矩阵  $\mathbf{R}_p$  分解后的各个奇异值  $\sigma_i$  按大小顺序排列的情况,如图 1 所示。

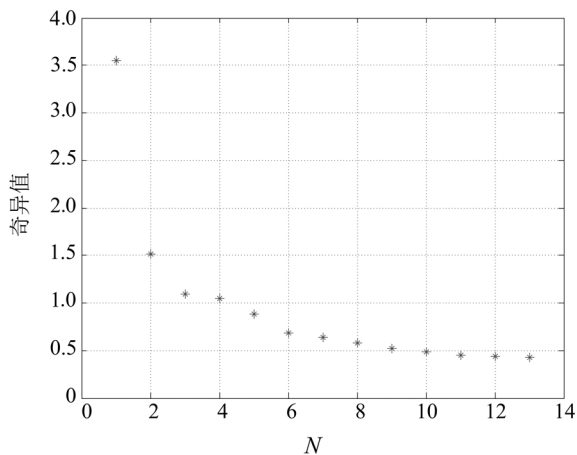


图1 支路  $L_{3-2}$  开断后  $\mathbf{R}_p$  矩阵的奇异值

Fig.1 The singular value of matrix  $\mathbf{R}_p$  at the failure of branch  $L_{3-2}$

图1横坐标  $N$  表示每个奇异值的序号,纵坐标为用标么值表示的奇异值的数值。由图1可见,其  $\mathbf{R}_p$  分解后得到的奇异值有13个,其中存在某些奇异值比其它奇异值大的情况。奇异值大小符合前文所述的第2、第3种情况,不存在某1个奇异值远远大于其他奇异值的第1种情况、及第4种情况。

图2为支路  $L_{3-2}$  开断后,对应的功率组合模式。为便于考察,将  $|\sigma_i \mathbf{P}_{n(ij)}| \leq 0.75$  的数据省去。这里的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(ij)}$  为  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  中的第  $j$  行元素。图2横坐标  $N$  为各奇异值的序号,纵坐标为  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(ij)}$ ,表示各条剩余支路与  $\sigma_i$  对应的  $\sigma_i \mathbf{P}_{n(i)}$  中的值。从图2可见,与奇异值  $\sigma_2 = 1.5365$ 、 $\sigma_3 =$

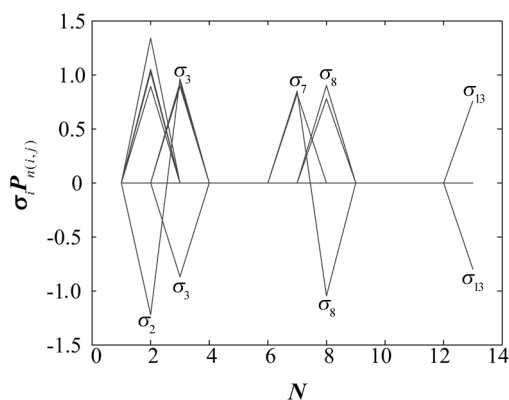


图 2 支路  $L_{3-2}$  开断后的功率组合模式

Fig.2 The mode of power combination at the failure of branch  $L_{3-2}$

1.184 6、 $\sigma_7=0.641\ 9$ 、 $\sigma_8=0.585\ 0$ 、 $\sigma_{13}=1.184\ 6$ 所对应的  $\sigma_2 P_{n(2)}$ 、 $\sigma_3 P_{n(3)}$ 、 $\sigma_7 P_{n(7)}$ 、 $\sigma_8 P_{n(8)}$ 、 $\sigma_{13} P_{n(13)}$  功率分解模式的作用比较突出,它们组合对其余支路电流的影响占主导作用。从计算结果可查得,其中,  $\sigma_2 P_{n(2)}$  影响较大的支路有 5 条,分别为:  $L_{5-4}$ 、 $L_{8-7}$ 、 $L_{9-7}$ 、 $L_{10-9}$ 、 $L_{5-6}$ ;  $\sigma_3 P_{n(3)}$  影响较大的支路有 4 条,分别为:  $L_{1-2}$ 、 $L_{3-4}$ 、 $L_{8-7}$ 、 $L_{4-7}$ ;  $\sigma_7 P_{n(7)}$  影响较大的支路有两条,分别为:  $L_{14-9}$ 、 $L_{10-11}$ ;  $\sigma_8 P_{n(8)}$  影响较大的支路有 3 条,分别为:  $L_{8-7}$ 、 $L_{10-9}$ 、 $L_{10-11}$ ;  $\sigma_{13} P_{n(13)}$  影响较大的支路有 2 条,分别为:  $L_{13-3}$ 、 $L_{5-6}$ ;其中  $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 、 $\sigma_8$  对应的功率分解模式的影响要更大一些。对支路的控制,可以从对该条支路影响较大的功率分解模式入手。

以上分析可知,某些奇异值虽不大,但其对应的  $\sigma_i P_{n(i)}$  数值较大,占主导作用,其作用的表现形式如前文所述的第 3 种情况一样。

同样,分析得到该支路  $L_{11-10}$  断开下,其奇异值情况和功率分解模式的作用和第 1 组情况基本类似。

通过以上的算例可见,支路开断后  $R_p$  分解得到的奇异值并没有存在很大的情况,出现的情形是尽管奇异值不大,但其对应的功率组合模式的数值较大,占主导模式,如前文所述的第 3 种情况。

之后对 IEEE14 节点系统其他支路单一开断后,发现比较常见的也是第 3 种情况。

### 3.2 IEEE39 节点系统算例结果分析

IEEE39 系统的电气接线图参见文献[7],对

这一系统同样采用标么值的方式进行计算,其基准值的选取与上述 IEEE14 节点系统相同。

在 IEEE39 节点系统中,分别给出支路  $L_{1-39}$ 、支路  $L_{6-7}$  两组支路断开下的算例结果,并进行分析。

支路  $L_{1-39}$  作为初始故障支路开断下,相应关联矩阵  $R_p$  分解后的各个奇异值  $\sigma_i$  按大小顺序排列的情况,如图 3 所示。由图 3 可见,其  $R_p$  分解后得到的奇异值有 38 个,其中存在某些奇异值比其它奇异值大的情况。同样,奇异值大小符合前文所述的第 2、第 3 种情况,不存在某 1 个奇异值远远大于其他奇异值的第 1 种情况及第 4 种情况。

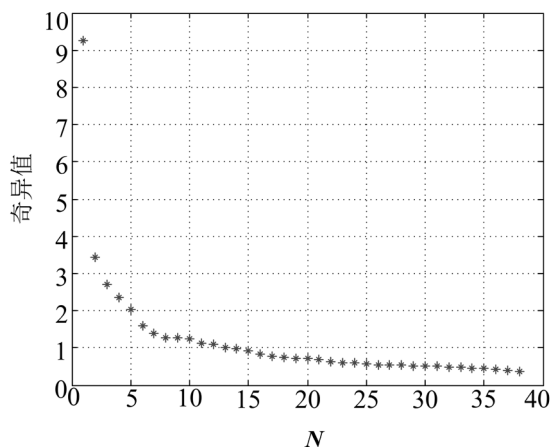


图 3 支路  $L_{1-39}$  开断后  $R_p$  矩阵的奇异值

Fig.3 The singular value of matrix  $R_p$  at the failure of branch  $L_{1-39}$

图 4 为支路  $L_{1-39}$  开断后对应的功率组合模式。因为所含数据太多,为便于考察,这里将  $|\sigma_i P_{n(i)}| \leq 8.6$  的数据省去。

图 4 中,与奇异值  $\sigma_{13}=0.995\ 2$ 、 $\sigma_{15}=0.922\ 5$ 、 $\sigma_{28}=0.532\ 6$ 、 $\sigma_{29}=0.511\ 2$ 、 $\sigma_{31}=0.499\ 9$  所对应的  $\sigma_{13} P_{n(13)}$ 、 $\sigma_{15} P_{n(15)}$ 、 $\sigma_{28} P_{n(28)}$ 、 $\sigma_{29} P_{n(29)}$ 、 $\sigma_{31} P_{n(31)}$  功率分解模式的作用比较突出,它们的组合对支路功率的影响占主导作用。对支路功率的控制,可以从这些影响较大的功率分解模式入手。

以上分析可知该支路断开下,分解后并没有存在很大的奇异值。出现的情况是奇异值相对较小,但对应的功率分解模式的数值比较大,对支路功率的影响占主导模式作用。如前文所述的第 3 种情况一样。

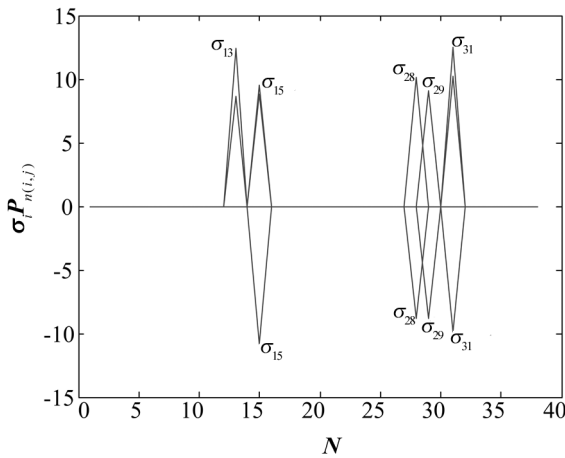


图 4 支路  $L_{1-39}$  断开后的功率组合模式

Fig.4 The mode of power combination at the failure of branch  $L_{1-39}$

对于支路  $L_{6-7}$  作为初始故障支路, 相应关联矩阵  $R_p$  分解后的各个奇异值  $\sigma_i$  按大小顺序排列的情况, 如图 5 所示。

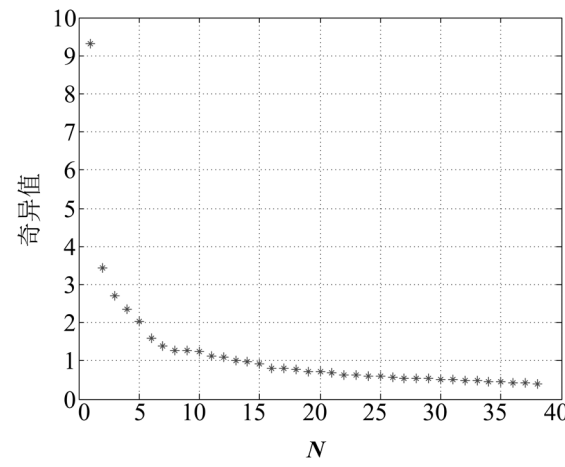


图 5 支路  $L_{6-7}$  断开后  $R_p$  矩阵的奇异值

Fig.5 The singular value of matrix  $R_p$  at the failure of branch  $L_{6-7}$

由图 5 可见, 同样  $R_p$  分解后得到的奇异值有 38 个, 其中某些奇异值比其他奇异值要大; 但也不存在某一个奇异值远大于其他奇异值的第 1 种情况及第 4 种情况。

图 6 为支路  $L_{6-7}$  断开后, 对应的功率组合模式。为方便考察, 这里同样将  $|\sigma_i P_{n(i,j)}| \leq 8.6$  的数据略去。由图 6 可见, 与奇异值  $\sigma_{13} = 0.9977$ 、 $\sigma_{15} = 0.9229$ 、 $\sigma_{28} = 0.5359$ 、 $\sigma_{32} = 0.4911$  所对应的  $\sigma_{13} P_{n(13)}$ 、 $\sigma_{15} P_{n(15)}$ 、 $\sigma_{28} P_{n(28)}$ 、 $\sigma_{32} P_{n(32)}$

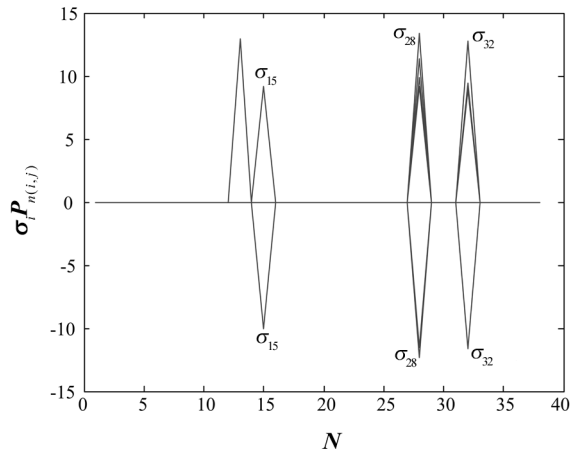


图 6 支路  $L_{6-7}$  断开后的功率分解模式

Fig.6 The mode of power combination at the failure of branch  $L_{6-7}$

功率分解模式的作用比较突出, 它们的组合对支路功率的影响占主导作用。其中  $\sigma_{28}$ 、 $\sigma_{32}$  对应的功率分解模式的影响要更大一些。对支路功率的控制, 可以从这些影响较大的功率分解模式入手。

同样, 分析得到该支路  $L_{6-7}$  断开下, 其奇异值情况和功率分解模式的作用和第 1 组情况基本类似。

以上列举的两组算例分析, 都没有遇到奇异值很大的情形; 同时出现的是奇异值较小的对应的功率分解模式占主导作用, 如前文所述的第 3 种情况。

39 节点系统其他支路单一开断后, 发现比较常见的也是第 3 种情况。

## 4 结论

当电网发生潮流转移时, 节点注入功率是影响剩余系统中的电气量的主要因素, 通过将二者之间的关联矩阵进行奇异值分解, 可以将节点注入功率对支路的作用分解为各种作用模式; 在节点注入功率的各种组合模式中, 往往存在一些对支路功率起较大作用的主导模式, 在实际分析和处理中, 把握住这样的主导模式, 对支路功率进行控制, 将有利于进一步分析和预防潮流转移引起的不良后果。

剩余系统的电气量与电网节点注入功率之间的关联矩阵主要是由网络结构和参数决定的, 由其分解而来的奇异值, 反映了网络的性能。

[7] 杜胜利,周琪.上市公司 CFO 制度特征业绩相关性实证研究[J].金融研究,2009(9):135-142.

[8] 向锐. CFO 财务执行力与企业过度投资——基于董事会视角的分析[J].会计研究,2015(7):56-62.

[9] Aier J K, Comprix J, Gunlock M T, et al. The financial expertise of CFOs and accounting restatements[J]. Accounting Horizons,2005,19(3):123-135.

[10] 俞雪莲,傅元略. CFO 背景特征、内部控制和公司财务违规——基于 Logistic 模型的实证研究[J].福建论坛,2017(2):74-80.

[11] 杨瑞平,梁张颖.高管团队背景特征对内部控制影响研究——来自房地产上市公司的证据[J].经济问题,2016(9):102-106.

[12] 王霞,薛跃,于学强. CFO 的背景特征与会计信息质量——基于中国财务重述公司的经验证据[J].财经研究,2011(9):123-133,144.

[13] 薛爽,都卫锋,洪昀. CFO 影响力与公司税负水平——基于公司所有权视角的分析[J].财经研究,2012(10):57-67.

( 特约编辑:黄家瑜)

.....

( 上接第 43 页)

利用奇异值,可从上述宏观总体上把握网络结构的合理性。

算例表明,对于剩余系统的电气量与电网节点注入功率之间的关联矩阵,当对其进行奇异分解后,其部分奇异值很大而且远大于其他奇异值

的情形一般不会出现。但是这种情形在理论上有存在的可能性,由于这种情形对电网的运行非常不利,所以在电网设计和规划中应力求避免,而在运行中应严密监视这种情形的出现。

参考文献：

[1] 薛禹胜,谢云云,文福拴,等.关于电力系统相继故障研究的评述[J].电力系统自动化,2013,37(19):1-9,40.

[2] 石立宝,史中英,姚良忠,等.现代电力系统连锁性大停电事故机理研究综述[J].电网技术,2010,34(3):48-54.

[3] 刘友波,胡斌,刘俊勇,等.电力系统连锁故障分析理论与应用(一)——相关理论方法与应用[J].电力系统保护与控制,2013,41(9):148-155.

[4] 邓慧琼,李培强,郑荣进.电网连锁故障中的受扰支路及其关联节点分析[J].福建工程学院学报,2015,13(3):223-228.

[5] 方卫东,邓慧琼.电网连锁跳闸事件中的关键节点研究[J].福建工程学院学报,2015,13(6):578-583.

[6] 邓慧琼,李争,杨国福,等.电网连锁故障激发因素研究[J].河北科技大学学报,2010,31(3):222-226.

[7] 邓慧琼.考虑连锁跳闸的电网安全裕度研究[J].福建工程学院学报,2016,14(3):255-261.

( 特约编辑:黄家瑜)